

Guilherme Carneiro Marra

**UTILIZAÇÃO DO ALGORITMO
MULTI-SPLIT LMS EM CONFORMADORES
ADAPTATIVOS DE FEIXE**

**FLORIANÓPOLIS
2006**

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA

**PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO
EM ENGENHARIA ELÉTRICA**

**UTILIZAÇÃO DO ALGORITMO
MULTISPLIT LMS EM CONFORMADORES
ADAPTATIVOS DE FEIXE**

Dissertação submetida à
Universidade Federal de Santa Catarina
como parte dos requisitos para a
obtenção do grau de Mestre em Engenharia Elétrica.

GUILHERME CARNEIRO MARRA

Florianópolis, Julho de 2006

UTILIZAÇÃO DO ALGORITMO MULTISPLIT LMS EM CONFORMADORES ADAPTATIVOS DE FEIXE

GUILHERME CARNEIRO MARRA

‘Esta Dissertação foi julgada adequada para obtenção do Título de Mestre em Engenharia Elétrica, Área de Concentração em Comunicações e Processamento de Sinais, e aprovada em sua forma final pelo Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica da Universidade Federal de Santa Catarina.’

Leonardo Silva Resende, Dr.
Orientador

Nelson Sadowski, Dr.
Coordenador do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica

Banca Examinadora:

Leonardo Silva Resende, Dr.
Presidente

Carlos Aurélio Faria da Rocha, D.Sc

Walter Pereira Carpes Jr., Dr.

José Carlos Moreira Bermudez, Ph.D.

Resumo da Dissertação apresentada à UFSC como parte dos requisitos necessários para a obtenção do grau de Mestre em Engenharia Elétrica.

UTILIZAÇÃO DO ALGORITMO MULTI-SPLIT LMS EM CONFORMADORES DE FEIXE ADAPTATIVOS

Guilherme Carneiro Marra

Julho/2006

Orientador: Leonardo Silva Resende, Dr.

Área de Concentração: Comunicações e Processamento de Sinais

Palavras-chave: Conformadores de Feixe, Restrições Lineares, Filtragem Adaptável, Filtragem Ótima, Filtragem Espaço-Temporal

Número de Páginas: 94

RESUMO: O processamento espaço-temporal de sinais através de arranjos de antenas é aplicado amplamente nos sistemas de comunicação sem-fio. Este tipo de processamento revela uma superioridade aos sistemas de comunicação com única antena, uma vez que permite a seletividade espacial, ou seja, o gerenciamento do diagrama de irradiação de energia do arranjo. Isto confere ao sistema de comunicação maior possibilidade de reuso de frequências. Esta técnica pode ser implementada em sistemas de comunicação através de formatadores de feixe, que são estruturas de filtragem dotadas de arranjos de sensores (antenas). Ao se incorporar restrições lineares aos formatadores de feixe, é possível projetar uma resposta específica do mesmo para fontes de sinais de interesse, suprimindo as demais fontes existentes, caracterizando o princípio básico de Cancelamento de Interferentes. O uso de arranjo de antenas e filtros transversais de resposta finita (*FIR – Finite Impulse Response*) permite projetar tal resposta específica para uma determinada direção de chegada e para cada frequência da fonte de sinal de interesse, conferindo maior robustez ao sistema de comunicação. Esta robustez pode ser observada como menor susceptibilidade do sistema com relação a fontes de sinais interferentes e ruído. Com as ferramentas acima descritas, é utilizado um algoritmo para controle de filtragem espaço-temporal com restrições lineares através de formatadores de feixe. Este algoritmo, denominado de Algoritmo Multi-Split LMS, garante ganho de velocidade de convergência quando comparado com o Algoritmo LMS (*Least Mean Square*), a partir do qual é

derivado. Neste novo algoritmo são incorporadas transformações lineares peculiares nos filtros transversais da estrutura, as quais possibilitam e justificam o ganho de convergência sem que haja aumento da complexidade computacional. Esta dissertação contém um estudo do desempenho do Algoritmo Multi-Split LMS aplicado em conformadores de feixe, para um ambiente de sinais banda larga.

Abstract of Dissertation presented to UFSC as a partial fulfillment of the requirements for the degree of Master in Electrical Engineering.

UTILIZATION OF THE MULTISPLIT LMS ALGORITHM IN ADAPTIVE BEAMFORMERS

Guilherme Carneiro Marra

July/2006

Advisor: Leonardo Silva Resende, Dr..

Area of Concentration: Communications and Signal Processing

Keywords: Beamformers, Linear Constraints, Adaptive Filtering, Optimal Filtering, Space-Time Filtering

Number of Pages: 94

ABSTRACT: Space-time processing techniques through antenna array systems are widely used in today's communications systems. This type of signal processing reveals superiority when compared with single antenna systems, as it allows space selectivity. Space selectivity is the ability of managing the array beam pattern in a communication system. This enhancement grants the system great frequency reuse possibilities. This technique may be implemented in communications systems through beamformers, which are array-mounted filtering structures. By incorporating linear constraints to beamformers, it is possible to develop a specific response for desired signal sources, while suppressing others, which is the basic principle of Interferers Cancelling. The use of antenna arrays and FIR finite response transversal filters allows one to specify such specific response for any chosen direction of arrival and each frequency of the desired signal source, conferring enhanced robustness to the system. This robustness can be observed in terms of better noise and interference rejection. With the above described tools, a linear-constrained space-time filtering control algorithm is combined with beamformers. This algorithm, named Multisplit LMS Algorithm, guarantees convergence speed gain when compared with the well known LMS Algorithm. In this new algorithm, peculiar linear transformations are applied on the transversal filters of the structure. These transformations make possible and justify the convergence gain without increasing the computational complexity. This dissertation contains a study of the Multisplit LMS Algorithm performance when applied on beamformers, considering a broadband signal sources environment.

SUMÁRIO

1 - Introdução	1
1.1 - Motivação	1
1.2 - Conformadores de Feixe versus Antenas inteligentes	2
1.3 - Objetivo	4
1.4 - Estrutura da Dissertação	6
2 - Processamento Sem-fio Espaço-temporal	8
2.1 - Arranjos lineares de antenas	8
2.1.1 - Representação de Sinal e Amostragem Espacial	10
2.2 - Conformadores de Feixe	14
2.2.1 - Conceituando banda estreita e banda larga	16
2.2.2 - O Conformador LCMV	17
2.2.3 - Resposta Angular e em Frequência	20
2.2.4 - O Critério LCMV	21
2.2.5 - O Conformador GSC	24
2.3 - Restrições Lineares	26
2.3.1 - Restrições Pontuais	26
2.3.2 - Restrições Autovetoriais	28
2.4 - Conclusões do capítulo	32
3 - Filtragem Multi-Split em Arranjos Adaptáveis	34
3.1 - O Algoritmo CLMS	34
3.2 - O Algoritmo CRLS	36
3.3 - Introdução à Filtragem Split	39
3.4 - O Conformador Multi-Split LCMV	50
3.5 - O Conformador Multi-Split GSC	55
3.6 - Estudo das propriedades da matriz de autocorrelação para sinais típicos da aplicação	59
3.7 - Conclusões do capítulo	63

4 - Resultados de Simulação	65
4.1 - Análise de desempenho do Algoritmo MS-CLMS na estrutura LCMV	67
4.2 - Análise de desempenho do Algoritmo MS-LMS na estrutura GSC	73
4.3 - Efeitos de alteração no número de antenas, número de coeficientes adaptativos, <i>SNR</i> e <i>SIR</i> para o GSC	79
4.4 - Medidas do fator de diagonalização e compromissos de desempenho para níveis de transformação Split	82
4.5 - Aplicação da análise estatística referente ao Algoritmo MS-LMS	84
4.6 - Análise de complexidade computacional do Algoritmo MS-CLMS	87
5 - Conclusão.....	90
Referências Bibliográficas	93

Lista de Figuras

Figura 1.1 - Comparativo de padrões de Cobertura	3
Figura 1.2 - O conceito SDMA	4
Figura 2.1 - Arranjos de antenas e Diagramas de Irradiação.....	9
Figura 2.2 - Arranjo de sensores com espaçamento uniforme	10
Figura 2.3 - Arranjo de antenas	14
Figura 2.4 – Representação de sinal banda estreita e sinal banda larga	17
Figura 2.5 – O Conformador LCMV	18
Figura 2.6 - Diagrama de Irradiação Espacial	21
Figura 2.7 - Conformador LCMV	22
Figura 2.8 - Cancelador de Lóbulos Laterais Generalizado (GSC).....	24
Figura 3.1 - Abordagem clássica de filtragem transversal	40
Figura 3.2 - Representação do filtro transversal nas componentes simétrica e anti-simétrica	41
Figura 3.3 - Sistema de filtragem clássico com GSC	42
Figura 3.4 – Implementação GSC do filtro transversal nas simetrias par e ímpar	43
Figura 3.5 - Fragmentação Multi-Split do filtro transversal.....	44
Figura 3.6 - Filtro Split visto como transformada de Hadamard.....	46
Figura 3.7 – Transformação elementar da matriz \mathbf{M}	47
Figura 3.8 - Gráfico de fluxo para $\mathbf{M}_8^T \mathbf{x}(n)$	47
Figura 3.9 – O Conformador Multi-Split LCMV	50
Figura 3.10 – O Conformador MS-LCMV Adaptativo	52
Figura 3.11 – O Conformador MS-GSC	55
Figura 3.12 – Conformador MS-GSC com matriz de bloqueio transformada	56
Figura 3.13 - Estrutura Multi-Split GSC Adaptativa.....	57
Figura 4.1 – Interface gráfica integradora de parâmetros.....	66
Figura 4.2 – Comparativo de potência de saída para Conformador LCMV.....	68
Figura 4.3 - Comparativo de diagramas de irradiação para Conformador LCMV.....	69
Figura 4.4 - Comparativo de conteúdo espectral na direção de chegada da fonte interferente $\theta = 30^\circ$ para Conformador LCMV.....	71

Figura 4.5 – Comparativo de conteúdo espectral na direção de chegada da fonte de interesse $\theta = 0^\circ$ para Conformador LCMV	72
Figura 4.6 – Comparativo de potência de saída para o Conformador GSC	74
Figura 4.7 – Comparativo de Diagramas de Irradiação para Conformador GSC.....	75
Figura 4.8 - Comparativo de conteúdo espectral na direção de chegada de fonte interferente $\theta = 10^\circ$	76
Figura 4.9 - Comparativo de conteúdo espectral na direção de chegada de fonte interferente $\theta = -10^\circ$	77
Figura 4.10 – Amplitude em termos de ângulo de chegada e conteúdo espectral para Algoritmo MS-LMS	78
Figura 4.11 - Amplitude em termos de ângulo de chegada e conteúdo espectral. Visão superior.	79
Figura 4.12 - Comparativo para vários níveis de filtragem Split na estrutura GSC.....	83
Figura 4.13 - Conformador GSC adaptativo transformado	85
Figura 4.14 - Simulação para análise estatística do Algoritmo MS-LMS.....	87
Figura 4.15 – Comparativo de carga computacional segundo ordem do filtro	88
Figura 4.16 – Carga computacional referente ao Algoritmo CRLS	89

Lista de Tabelas

Tabela 3.1 – Algoritmo MS-LMS.....	49
Tabela 3.2 – Algoritmo MS-CLMS para o Conformador LCMV.....	54
Tabela 3.3 – Algoritmo MS-LMS para o Conformador GSC.....	58
Tabela 4.1 - Características das fontes – Conformador LCMV.....	67
Tabela 4.2 - Comparativo de <i>SIR</i> para Conformador LCMV.....	71
Tabela 4.3 - Características das fontes – Conformador GSC.....	73
Tabela 4.4 - Comparativo de <i>SIR</i> para Conformador GSC.....	77
Tabela 4.5 - Comparativo de <i>SNR</i> e <i>SIR</i> para o Conformador GSC.....	80
Tabela 4.6 – Medidas do Fator de Diagonalização.....	83

1 - Introdução

1.1 - Motivação

Desde a criação das comunicações sem-fio (*wireless communications*), inúmeras inovações tecnológicas transformaram as maneiras de interação entre os indivíduos da sociedade. Sempre visando uma melhor qualidade de serviço e exigências de mercado, tais inovações determinaram o rumo e a dinâmica dos sistemas de comunicação, além de priorizarem a viabilização de novas opções para os usuários. A taxa crescente de novos terminais móveis sugere o aumento da capacidade dos sistemas de comunicação (eficiência espectral), ou seja, a inserção de mais usuários nos sistemas sem que haja perda da qualidade do serviço oferecido, ou grau de serviço (**GoS** – Grade of Service).

A introdução de técnicas espaço-temporais estende as possibilidades de desempenho dos sistemas de comunicação. Essas técnicas permitem o processamento de sinais nos domínios espacial e temporal. Desta forma podem-se obter, juntamente com a filtragem temporal, a filtragem espacial de sinais através de um arranjo de antenas e conseqüentemente o gerenciamento do diagrama de irradiação de energia do arranjo. Dentro desse panorama é estabelecido o ambiente de estudo implícito nesta dissertação: **Conformadores de Feixe** (*Beamformers*).

Os conformadores (ou formatadores) de feixe tratados nesta dissertação são processadores de sinais que fazem uso da filtragem espacial e espectral simultaneamente, gerando novas alternativas para sistemas de comunicação. Esses processadores podem manipular o diagrama de irradiação e o espectro de frequência de um arranjo de antenas de maneira a priorizar um determinado sinal de interesse, minimizando a influência de outros sinais interferentes que também incidem sobre o arranjo. Tais estruturas permitem maior reuso de frequências, a maximização da relação sinal-ruído (*SNR* – *Signal to Noise Ratio*) e conseqüentemente o aumento da capacidade de usuários de um sistema de comunicação. Os formatadores de feixe também podem operar em ambientes não estacionários e desconhecidos, através de filtros adaptativos. Filtros adaptativos possuem a habilidade de

operar satisfatoriamente nos ambientes citados e de rastrear variações temporais das estatísticas de sinais de entrada. São ferramentas poderosas e fundamentais para o processamento espaço-temporal. A formatação adaptativa de feixe pode ser usada para Direcionamento de Feixe e para Cancelamento de Interferência. É importante ressaltar que nesta dissertação, os formatadores adaptativos tomarão o papel de canceladores de interferência.

Os formatadores de feixe, de uma maneira geral, podem ter aplicações em radares, sonares, orientação de mísseis, na geração de imagens para diagnósticos médicos e especialmente nas comunicações. São essas novas ferramentas que possibilitam abrir uma nova dimensão de possibilidades: o espaço. Explorado de maneira eficiente, o gerenciamento do espaço permite aumentar o desempenho dos sistemas de comunicação substancialmente.

1.2 - Conformadores de Feixe versus Antenas inteligentes

Explorando o conceito de Antenas Inteligentes [2] pode-se dizer que estas são estruturas que gerenciam em tempo real a filtragem espacial e espectral em sistemas de comunicação. Representam estruturas adaptáveis cujos coeficientes de filtragem são atualizados segundo algum objetivo específico de projeto, como, por exemplo, o cancelamento de sinais interferentes. Ainda deve ser dito que as antenas inteligentes podem manter os sistemas de comunicação automaticamente otimizados, pois incluem estimação de direção de chegada (DOA – *Direction Of Arrival*) das fontes de sinais e demandam algoritmos adaptativos para controle. A estimação de direção de chegada não foi explorada nesta dissertação. Então este trabalho não analisa antenas inteligentes como um todo, apenas seus componentes principais: os conformadores de feixe.

Como descrito em [11], existem dois tipos de arranjos utilizados por conformadores de feixe: arranjos adaptativos e arranjos de diagrama de feixe chaveado. Os arranjos de diagrama de feixe chaveado utilizam diversos diagramas de irradiação pré-definidos. O sistema de controle alterna entre os diagramas, selecionando o padrão de irradiação que oferece a melhor resposta de sinal para o usuário. Já os arranjos adaptativos oferecem um controle mais inteligente, o qual monitora o ambiente rádiomóvel e as características do

sinal entre o usuário e a estação rádio-base. Esta informação é usada para ajustar os ganhos do arranjo de antenas para melhorar a qualidade do sinal oferecido ao usuário. Os arranjos adaptativos podem atenuar sinais provenientes de fontes interferentes, como outros usuários presentes no sistema, ou mesmo compensar os prejuízos gerados por atrasos de multipercurso. Um comparativo entre os padrões de irradiação adaptativo, chaveado e setorizado, em termos de alcance de feixe, está mostrado na Figura 1.1. Pode-se observar que o diagrama adaptativo, possuem a maior capacidade de cobertura de uma determinada região justamente por serem capazes de formatar automaticamente o diagrama de irradiação. Os diagramas de feixe chaveado trazem melhorias ao sistema setorizado convencional por possuírem a capacidade de alternância entre padrões de irradiação. Finalmente, o diagrama de irradiação do sistema setorizado convencional traz poucos recursos quanto à cobertura de uma região de interesse, apresentando um padrão fixo. Este último sistema apresenta poucas soluções para aumento da capacidade de usuários em sistemas de comunicação.

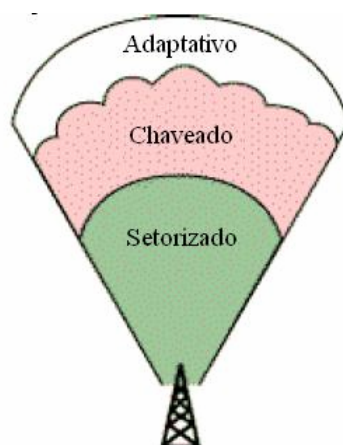


Figura 1.1 - Comparativo de padrões de Cobertura

Os arranjos adaptativos introduzem um novo conceito em múltiplo acesso, a Divisão Espacial de Acesso Múltiplo, ou SDMA (*Space Division Multiple Access*), como pode ser visto na Figura 1.2. Na figura, o diagrama de irradiação de energia pode ser gerenciado para “iluminar” os terminais móveis de interesse e/ou “escurecer” áreas onde se localizam os terminais interferentes. Também é possível observar que os multipercursos (ou sinais refletidos) podem encontrar nulos do diagrama de irradiação com alta probabilidade. Esta

tecnologia emprega técnicas avançadas de processamento para localizar e seguir terminais móveis, direcionando a transmissão dinamicamente para os usuários. Isto possibilita uma maior eficiência espectral. Outra característica interessante é o fato de que a tecnologia SDMA ser compatível com os padrões de transmissão multiusuários já conhecidos, como o CDMA – Acesso Múltiplo por Divisão de Código (*Code Division Multiple Access*) e GSM – Sistema Global para Comunicações Móveis (*Global System for Mobile Communications*).

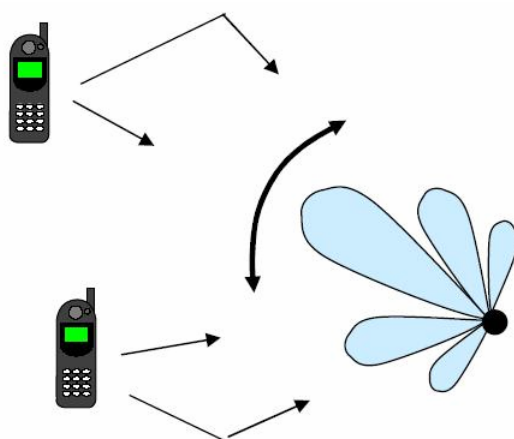


Figura 1.2 - O conceito SDMA

Com o advento dos potentes processadores de sinal (DSPs), juntamente com técnicas de processamento de sinal baseadas em *software*, tornou-se possível incorporar conformadores de feixe ou antenas inteligentes em comunicações móveis. Essa atualização tecnológica traz o benefício de um aumento significativo da capacidade dos sistemas de telefonia móvel, garantindo a inclusão de mais usuários sem que haja redução da qualidade do serviço oferecido.

1.3 - Objetivo

O objetivo desta dissertação é uma avaliação de desempenho do Algoritmo Multi-Split (MS) LMS, para filtragem adaptativa, o qual controla o comportamento de dois tipos de formatadores de feixe: o Conformador **LCMV** (*Linearly Constrained Minimum Variance*)

ou Conformador Linearmente Restrito de Mínima Variância e o Conformador **GSC** (*Generalized Sidelobe Canceler*), ou Cancelador de Lóbulos Laterais Generalizado.

O Algoritmo Multi-Split LMS (MS-LMS) é similar ao Algoritmo LMS, mas inclui algumas modificações que o tornam mais eficiente em determinadas situações. Estas modificações são chamadas de transformações Multi-Split e recebem esse nome por tratarem o problema de filtragem através da fragmentação dos filtros em suas simetrias par e ímpar (do Inglês “*Split*” – fragmentar, dividir). O desempenho do algoritmo será comparado com outros algoritmos conhecidos em termos de algumas figuras de mérito. A filtragem realizada pelos formatadores de feixe se divide em duas partes: a filtragem temporal, que aborda o gerenciamento de frequências, e a filtragem espacial, responsável pelo diagrama de irradiação do arranjo de antenas escolhido. Ambas serão exploradas neste trabalho.

A escolha do Conformador GSC deve-se à possibilidade de transformação de um problema de minimização com restrições lineares adotado em um problema livre de restrições. As restrições que podem ser incorporadas aos formatadores de feixe dizem respeito à especificação do sinal de interesse em termos de sua caracterização espacial e espectral (ângulo de incidência e banda de frequência).

Com a utilização do processamento adaptável para os conformadores, o controle dos coeficientes de filtragem é realizado dinamicamente (evolução temporal). Também é necessário introduzir conceitos sobre filtragem ótima referente aos processadores. A filtragem ótima fornece a referência para os processadores adaptativos, atuando como desempenho limite, assumindo idealidades do sistema. Dessa maneira é possível comparar as respostas ótimas com as respectivas respostas dos processadores adaptativos. Os Algoritmos LMS e RLS serão utilizados como comparativos de desempenho para o Algoritmo Multi-Split LMS. Será possível visualizar as comparações através de resultados de simulação (dispostos no material).

1.4 - Estrutura da Dissertação

O capítulo inicial fornece o conteúdo necessário para justificar a importância dos formatadores de feixe. São descritos alguns benefícios trazidos pelos formatadores para superar limites em comunicações móveis. Há também uma descrição dos objetivos do trabalho e da estruturação desta dissertação.

O Capítulo 2 introduz a comunicação espaço-temporal apresentando inicialmente os arranjos de antenas. Em seguida é descrita a representação de sinais que incidem no arranjo caracterizando a amostragem espacial realizada por arranjos de antenas. Então há uma abordagem introdutória das estruturas dos formatadores de feixe para que em seguida seja possível apresentar os formatadores principais deste trabalho. Ainda neste capítulo, são fornecidos os filtros ótimos para estes formatadores, de acordo com critérios de minimização considerados. Finalmente neste capítulo são apresentadas as restrições lineares que serão empregadas nos formatadores de feixe.

Através do Capítulo 3 é possível ganhar noções sobre a filtragem Split, a qual utiliza uma teoria particular para decomposição simétrica e anti-simétrica de filtros transversais presentes nos formatadores de feixe. A filtragem Split é então estendida para uma abordagem Multi-Split, contendo diversas etapas de fragmentação dos filtros. Mais adiante neste capítulo, são apresentados os filtros ótimos Multi-Split das estruturas de filtragem. Com o intuito de explorar o desempenho em tempo real das estruturas usando as transformações Split, a filtragem Multi-Split (MS) é utilizada nos processadores de filtragem banda larga LCMV e GSC, com controle adaptável dos coeficientes de filtragem. Enfim, são apresentados os Algoritmos Multi-Split para os formatadores de feixe estudados.

O Capítulo 4 representa um estudo do desempenho do Algoritmo MS-LMS. Através de simulações, são feitas comparações deste algoritmo com os Algoritmos LMS e RLS com o intuito de se observar ganho em velocidade de convergência. Também serão analisadas as respostas dos formatadores de feixe nos domínios temporal e espacial. Algumas figuras de mérito caracterizando o desempenho dos algoritmos são apresentadas e discutidas. Enfim,

há um comparativo de carga computacional gerada pelos algoritmos estudados neste trabalho.

Finalmente, no Capítulo 5 são agrupados os resultados e comentários conclusivos que validam a importância do estudo de desempenho do Algoritmo MS-LMS. Algumas sugestões para estudos futuros também são dispostas neste capítulo.

2 - Processamento Sem-fio Espaço-temporal

Este capítulo tem por objetivo propiciar todo o embasamento teórico que rege o processamento espaço-temporal dos conformadores de feixe abordados nesta dissertação, priorizando a recepção de sinais. Inicialmente, são descritos os arranjos de antenas que compõem os conformadores, seguido da conceituação da amostragem espacial dos sinais incidentes nos arranjos. Posteriormente, são introduzidos os conformadores de feixe e as devidas implicações geradas no processamento de sinais banda estreita e banda larga.

A seguir, passa-se a analisar os critérios de otimização de algumas das estruturas de conformação existentes. Finalmente, são descritas as restrições lineares utilizadas nos conformadores, as quais lhes darão orientações quanto aos sinais a serem priorizados.

2.1 - Arranjos lineares de antenas

As comunicações móveis dependem de sensores (antenas) para transmissão e recepção de sinais. Tais sensores são bastante empregados em conjuntos, chamados de arranjos (*Arrays*), para se obter um direcionamento do diagrama de irradiação de energia na transmissão e/ou recepção.

Existem três maneiras de se realizar a filtragem espacial em conformadores de feixe: combinando-se os sinais presentes na saída dos sensores, incorporando-se restrições lineares aos coeficientes de ponderação ou utilizando-se atrasadores de fase [2,4]. A combinação dos sinais presentes na saída de cada sensor de um arranjo pode manipular o diagrama de irradiação do arranjo, privilegiando alguma região de interesse no espaço. Devido a esta capacidade, os arranjos de antenas são utilizados no cancelamento espacial de sinais interferentes. Em resumo, os arranjos de antenas integram os formatadores de feixe, possibilitando que as estruturas resultantes implementem a filtragem espacial. Dois importantes formatadores de feixe serão mais bem descritos ainda neste capítulo.

Em geral, os arranjos são compostos por um suporte de fixação dos sensores. Neste trabalho, considera-se que os sensores nos arranjos possuem espaçamento uniforme e são estruturados de forma linear. Arranjos estruturados segundo outras geometrias não serão abordados e foram deixados como sugestão de trabalhos futuros.

A figura seguinte exibe a influência do número de sensores do arranjo sobre o diagrama de irradiação de energia. É possível observar que quanto maior o número de sensores, maior o número de nulos espaciais no diagrama, garantindo um controle mais eficiente sobre a região em questão. Com múltiplos sensores no arranjo, pode-se obter uma melhor distribuição espacial da energia irradiada. Isto implica diretamente em economia de energia por parte dos amplificadores de sinal requeridos e, conseqüentemente, na redução do custo destes equipamentos [11].

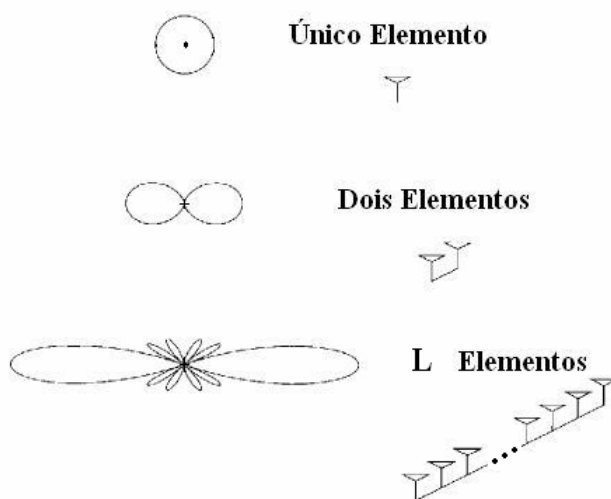


Figura 2.1 - Arranjos de antenas e Diagramas de Irradiação

Durante a apresentação e análise das estruturas de filtragem será possível caracterizar cada uma das fontes de sinais através de sua direção de chegada (ou incidência) no arranjo. É o que será visto a seguir, juntamente com a amostragem espacial das fontes de sinais incidentes nos arranjos.

2.1.1 - Representação de Sinal e Amostragem Espacial

Os sinais incidindo sobre um arranjo de antenas possuem alguns parâmetros importantes que devem ser considerados. Como o arranjo de antenas recebe informação proveniente de qualquer direção, é preciso acompanhar as direções de chegada dos sinais. A Figura 2.2 mostra um arranjo linear com L sensores omnidirecionais e um sinal fonte proveniente de uma determinada direção incidindo sobre o mesmo. O sensor de número zero (#0) foi escolhido como sensor de referência, haja vista que é o primeiro sensor atingido pela frente de onda de onda.

Através da figura pode-se notar que ocorre uma amostragem espacial da forma de onda incidente, pois a cada instante de tempo os sensores coletam porções distintas no espaço do sinal fonte, resultado da variação temporal do sinal incidente. Ao atingir o sensor de referência, a frente de onda do sinal incidente toma um determinado tempo para atingir o próximo sensor. Esse tempo é o atraso sofrido pela frente de onda do sinal de informação ao se deslocar entre dois sensores adjacentes. Então, amostras atrasadas em relação às coletadas pelo sensor de referência serão coletadas pelos sensores adjacentes.

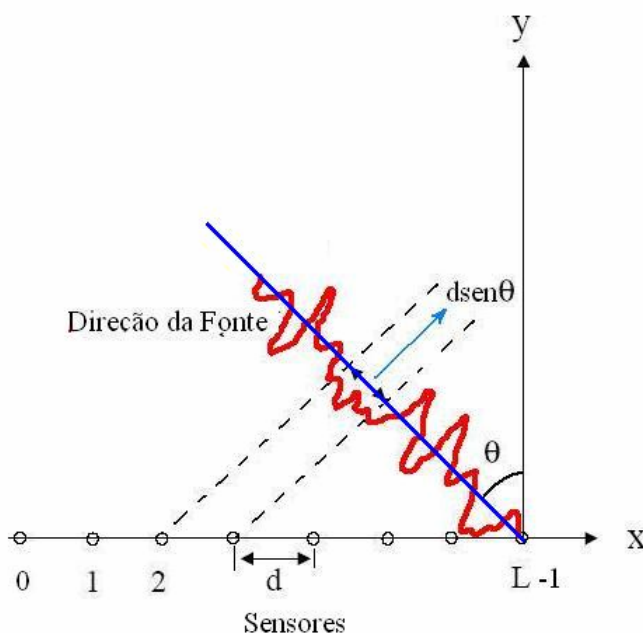


Figura 2.2 - Arranjo de sensores com espaçamento uniforme

É possível parametrizar o tempo de atraso do sinal em cada sensor com relação ao sensor de referência (sensor #0) segundo a equação:

$$\tau_l(\theta) = \frac{d}{c} l \sin\theta \quad (2.1)$$

onde $l = 0, 1, \dots, L-1$ identifica o sensor no arranjo, θ representa a direção de chegada de uma determinada fonte, d é o espaçamento entre sensores e c representa a velocidade de propagação da frente de onda no meio.

O espaçamento entre sensores não é arbitrário [4]. Com o intuito de reconstruir os sinais captados pelos sensores, é necessário que eles sejam amostrados seguindo algum critério. O espaçamento entre sensores d está atrelado à frequência dos sinais incidentes. É necessário relacionar o espaçamento entre sensores com o teorema da amostragem de Nyquist no contexto espacial. Sendo assim, a velocidade de propagação da frente de onda é dada por

$$c = \lambda f_c, \quad (2.2)$$

com λ representando o comprimento de onda e f_c a frequência da portadora do sinal incidente. Sabe-se que o tempo de propagação da frente de onda entre sensores adjacentes, T_d , pode ser obtido através da expressão:

$$T_d = \frac{d}{c}, \quad (2.3)$$

Combinando as duas equações anteriores, tem-se que:

$$d = T_d \lambda f_c. \quad (2.4)$$

É necessário assegurar a condição $T_d \leq \frac{1}{f_s}$, com f_s representando a frequência da amostragem, para que os sinais de informação sejam devidamente amostrados pelos

sensores segundo o critério de Nyquist. Sabe-se ainda que a condição $f_c \leq \frac{f_s}{2}$ deve ser satisfeita. Introduzindo essas condições na Equação (2.4) , obtém-se:

$$d \leq \frac{\lambda}{2} \quad (2.5)$$

Então, com o uso do teorema da amostragem de Nyquist no contexto espacial, o espaçamento entre sensores não pode exceder metade do comprimento de onda do sinal que trafega no arranjo. Essa é a condição a ser assegurada para se realizar conformação de feixe.

As Equações (2.2) e (2.5) permitem introduzir uma modificação na Equação (2.1):

$$\tau_l(\theta) \leq \frac{1}{2f_c} l \sin\theta \quad (2.6)$$

É importante mencionar que até o momento somente o processamento espacial está sendo realizado. O sinal incidente possui banda estreita e é representado por uma única frequência de portadora, f_c . Considere, então, como fonte de sinal uma exponencial complexa discreta $e^{j2\pi f_c n}$.

Os sinais induzidos em cada elemento do arranjo são denotados por:

$$x_l(n) = e^{j2\pi f_c (n - \tau_l(\theta))}, \quad l = 0, 1, \dots, L-1; \quad (2.7)$$

onde $\tau_l(\theta)$ é o atraso do sinal em cada sensor com relação ao sensor de referência.

Desta forma é possível compor o vetor do sinal de entrada, englobando os sinais em todos os sensores para L fontes de sinal, segundo a expressão:

$$\mathbf{x}(n) = e^{j2\pi f_C n} \sum_{i=1}^I \begin{bmatrix} e^{-j2\pi f_C \tau_0(\theta_i)} \\ e^{-j2\pi f_C \tau_1(\theta_i)} \\ \vdots \\ e^{-j2\pi f_C \tau_{L-1}(\theta_i)} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} n_0(n) \\ n_1(n) \\ \vdots \\ n_{L-1}(n) \end{bmatrix} \quad (2.8)$$

sendo que o vetor $\mathbf{n}(n) = [n_0(n) \ n_1(n) \ \dots \ n_{L-1}(n)]^T$ representa as componentes de ruído. Os ruídos nos diferentes sensores são assumidos i.i.d (independentes e identicamente distribuídos), e descorrelacionados com qualquer fonte de sinal.

Na Equação (2.8), são justamente os atrasos τ_l , $l=0, \dots, L-1$ que caracterizam cada direção de chegada de cada fonte de sinal. Esses atrasos são agrupados em um vetor particular, denominado **Vetor de Direcionamento** (*Steering Vector*) [2], o qual é representado por:

$$\mathbf{s}_i(\theta, f_C) = \begin{bmatrix} e^{-j2\pi f_C \tau_0(\theta_i)} \\ e^{-j2\pi f_C \tau_1(\theta_i)} \\ \vdots \\ e^{-j2\pi f_C \tau_{L-1}(\theta_i)} \end{bmatrix} \quad (2.9)$$

Considerando um arranjo de sensores de espaçamento uniforme de no máximo metade do comprimento de onda dos sinais fonte, pode-se inferir que o vetor de direcionamento para cada direção é único. Essa afirmação é muito importante, pois garante que cada direção de chegada possui uma “identidade” única, ou, em termos mais adequados, um vetor de direcionamento particular que caracteriza apenas a direção em questão.

2.2 - Conformadores de Feixe

Os Conformadores ou Formatadores de feixe (*beamformers*) são estruturas capazes de gerenciar o padrão de irradiação do arranjo de sensores e/ou o conteúdo espectral dos sinais que nele incidem. Consistem usualmente em um arranjo de sensores seguido de um filtro com um determinado número de coeficientes para ponderação dos sinais presentes na saída de cada sensor. Um estudo completo sobre diversos formatadores de feixe pode ser encontrado em [2].

Para se introduzir as notações matemáticas de análise dos formatadores, foi selecionada inicialmente uma estrutura de arranjo de antenas ponderado, mostrada na Figura 2.3, a qual destina atenção específica ao processamento espacial de sinais de banda estreita.

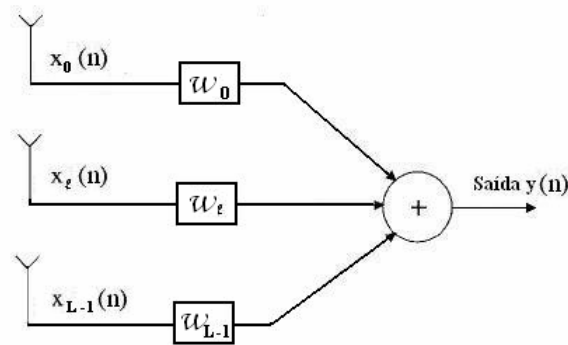


Figura 2.3 - Arranjo de antenas

Nessa estrutura, os sinais presentes em cada sensor são combinados através de ganhos ou ponderações para a geração de um sinal de saída. Esses ganhos são os coeficientes de filtragem do conformador. Através da figura pode-se notar que a expressão do sinal amostrado de saída é dada por

$$y(n) = \sum_{l=0}^{L-1} w_l x_l(n) \quad (2.10)$$

onde L representa o número de sensores e foi assumido que os parâmetros do formatador são reais.

Os coeficientes de ponderação do formatador são descritos usando-se a notação vetorial

$$\mathbf{w} = [w_0, w_1, \dots, w_{L-1}]^T. \quad (2.11)$$

Já os sinais de entrada nos sensores podem ser agrupados no vetor

$$\mathbf{x}(n) = [x_0(n), x_1(n), \dots, x_{L-1}(n)]^T. \quad (2.12)$$

Dessa forma, é possível obter o sinal de saída do sistema através do produto interno

$$\mathbf{y}(n) = \mathbf{w}^T \mathbf{x}(n), \quad (2.13)$$

As quatro equações anteriores regem o comportamento do arranjo de antenas. O formatador apresentado na figura anterior realiza apenas o processamento espacial de sinais de banda estreita. O processamento temporal de sinais não é realizado por este formatador. As equações que regem os formatadores de feixe para sinais banda larga não são muito diferentes. Apenas incluem algumas modificações de maneira a se realizar o processamento temporal, como será visto mais adiante.

A resposta do conformador também pode ser expressa em termos do *steering vector* ao se combinar as Equações (2.8) e (2.13), como pode ser visto na seguinte equação:

$$\begin{aligned} y(n) &= \mathbf{w}^T \mathbf{x}(n) \\ &= e^{-j2\pi f_c n} \sum_{i=1}^I \mathbf{w}^T \mathbf{s}_i(\theta, f) + \mathbf{w}^T \mathbf{n}(n) \end{aligned} \quad (2.14)$$

Para se compreender as diferenças estruturais entre conformadores que processam sinais banda estreita ou sinais banda larga, é necessário conceituar os tipos de sinais a serem processados quanto à faixa de frequência que estes ocupam. É o que será feito no tópico seguinte.

2.2.1 - Conceituando banda estreita e banda larga

A modelagem matemática de sinais de informação tem importância crucial para o desenvolvimento das pesquisas em comunicações. É através dessa modelagem que se torna possível prever o comportamento de novas tecnologias. Os sinais em questão possuem diversas características, como a amplitude, a frequência e a fase. Cada aplicação requer um modelo de sinal apropriado, objetivando a aproximação com a realidade. Em [2], [3] e [4] são especificados modelos de sinais adequados para aplicação em sistemas de comunicação.

Cada canal de comunicação possui uma seletividade de frequência particular, característica inerente à sua natureza. Nesta dissertação, não são realizados estudos para solucionar as degradações impostas pela seletividade em frequência dos canais de comunicação. No entanto, haja vista que a maioria dos canais utilizados em aplicações práticas são de banda estreita, é apropriado modelar separadamente sinais com banda larga ou banda estreita.

Os sinais de banda estreita são caracterizados por possuírem largura de banda muito pequena se comparada com a frequência da portadora [9]. A modelagem de sinais banda estreita pode ser feita com um sinal sinusoidal de única frequência, representando a portadora. Desta forma, a banda do sinal modulante é desconsiderada. Já os sinais de banda larga possuem largura de banda significativa quando comparada com a frequência da portadora, [25,26]. Para modulações multiportadoras, o conteúdo espectral transmitido está espalhado ao longo das portadoras, gerando uma largura de banda significativa. Esta extensa banda de frequência pode então ser representada por uma soma de sinais sinusoidais (diversas portadoras) de frequências diferentes e fases aleatórias para cada frequência, caracterizando assim um sinal banda larga. Os modelos de sinal banda estreita e banda larga utilizados nesta dissertação podem ser visualizados na Figura 2.4.

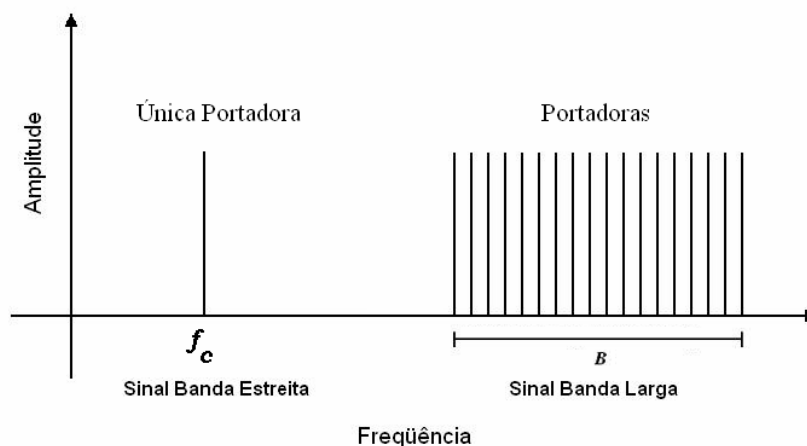


Figura 2.4 – Representação de sinal banda estreita e sinal banda larga

Em comunicações móveis, tanto pela faixa de frequência assegurada para cada usuário, quanto pela necessidade de agrupar todos os usuários em alguns trechos de transmissão/recepção, muito espaço é requerido no espectro de frequências do canal radiomóvel. Sinais que utilizam modulação **OFDM** – Multiplexação por Divisão em Frequências Ortogonais (*Orthogonal Frequency Division Multiplexing*), ou outro tipo de modulação multiportadora, são exemplos de sinais banda larga [19]. Como os formatadores de feixe são destinados a operarem nesses ambientes com extensa faixa de frequência utilizada, faz-se necessário incorporar aos mesmos o processamento temporal de sinais.

A seguir será descrito o primeiro conformador de interesse desta dissertação

2.2.2 - O Conformador LCMV

O processamento temporal de sinais tem por finalidade gerenciar o espectro de frequências de sinais. Uma estrutura utilizada para este fim é o Conformador LCMV (LCMV - *Linearly Constrained Minimum Variance*), que utiliza filtros transversais na saída de cada sensor. Este conformador recebe esse nome pelo fato de utilizar como critério de otimização linearmente restrita a variância do sinal de saída da estrutura. Este critério será discutido mais adiante. O Conformador LCMV, na sua forma mais geral para processamento de sinais banda larga, pode ser visualizado na Figura 2.5.

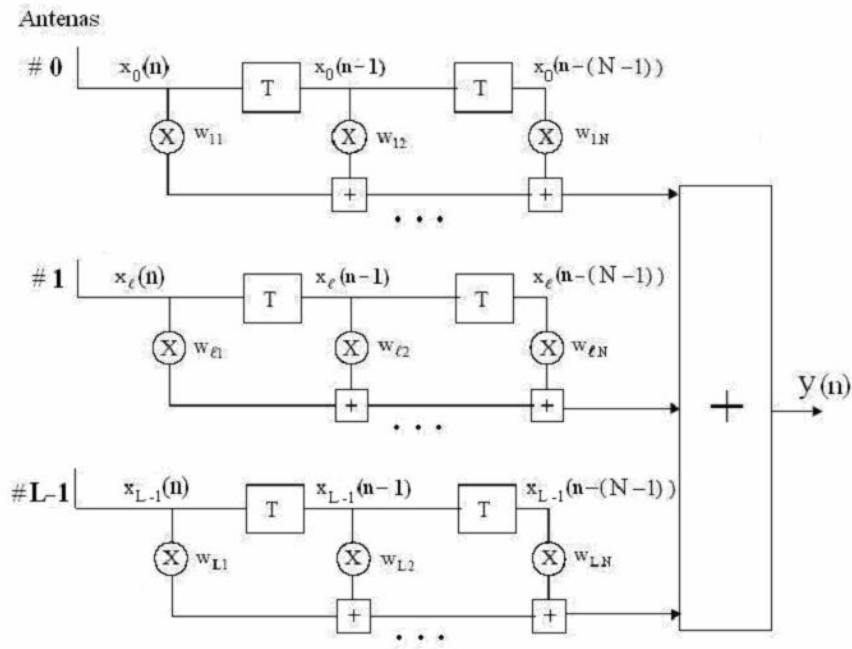


Figura 2.5 – O Conformador LCMV

Nessa estrutura ambos os processamentos temporal e espacial dos sinais de informação podem ser implementados. Estes processamentos são realizados pelos filtros transversais, os quais atendem às restrições lineares incorporadas ao critério de minimização LCMV com o intuito de se preservar um sinal de interesse. Estes filtros conferem à estrutura a habilidade de gerenciamento de frequências (filtragem temporal) dos sinais que incidem no arranjo.

O sinal de saída da estrutura é dado pela equação:

$$y(n) = \sum_{l=1}^L \sum_{k=1}^N x_{l-1}(n - (k-1)) w_{lk} \quad (2.15)$$

sendo w_{lk} o ganho do k -ésimo atraso do l -ésimo filtro transversal.

Para uma notação mais adequada, um tratamento vetorial é adotado. Seja

$$\mathbf{x}(n) = [x_0(n), x_1(n), \dots, x_{L-1}(n)]^T \quad (2.16)$$

o vetor formado pela concatenação das amostras na saída de cada sensor no instante de tempo atual n .

Logo, o vetor de amostras, de dimensão LN , que atravessa a estrutura pode ser representado vetorialmente por

$$\mathbf{X}^T(n) = [\mathbf{x}^T(n), \mathbf{x}^T(n-1), \dots, \mathbf{x}^T(n-(N-1))]. \quad (2.17)$$

Este vetor de amostras inclui as L amostras atuais e também as $N-1$ versões atrasadas da Equação (2.16).

Já os coeficientes da estrutura são agrupados segundo o vetor

$$\mathbf{w}^T = [\mathbf{w}_1^T, \mathbf{w}_2^T, \dots, \mathbf{w}_N^T] \quad (2.18)$$

onde \mathbf{w}_k , $k = 1, \dots, N$, representa as colunas de L coeficientes entre os atrasos das linhas de retardo segundo:

$$\mathbf{w}_k^T = [\mathbf{w}_{1k}, \mathbf{w}_{2k}, \dots, \mathbf{w}_{Lk}] \quad (2.19)$$

Com essas definições, podemos reescrever o sinal de saída como:

$$y(n) = \mathbf{w}^T \mathbf{X}(n) \quad (2.20)$$

Este modelo de apresentação será utilizado no restante da dissertação. É uma forma de melhorar a visualização das equações e de facilitar a notação.

Antes de se introduzir o critério de minimização LCMV, é necessário apresentar a resposta do Conformador LCMV nos domínios espacial e espectral. É o que será tratado a seguir.

2.2.3 - Resposta Angular e em Frequência

Para a estrutura de processamento banda larga apresentada até o momento (Conformador LCMV), foram designadas equações que representam o comportamento dos sinais trafegantes em função do tempo. No entanto, há muita informação contida nos domínios espectral e espacial que pode ser analisada para se confirmar a eficiência das restrições lineares que serão empregadas.

A geração da resposta angular e em frequência dos formatadores de feixe é análoga à de qualquer sistema linear. Assim, ao ser excitado com um sinal exponencial complexo com amplitude e frequência definidos, na saída do sistema haverá um sinal exponencial complexo de mesma frequência, porém com amplitude e fase distintos, fato que caracteriza a resposta de um sistema linear.

Considere novamente o Conformador LCMV, mostrado na Figura 2.5. Um sinal exponencial complexo $e^{j2\pi fn}$ incidindo sobre o arranjo de sensores, proveniente da direção θ , gera um sinal de saída dado por

$$y(n) = e^{j2\pi fn} \underbrace{\sum_{l=1}^L \sum_{k=1}^N w_{l,k} e^{-j2\pi f[(l-1)\tau(\theta)+k-1]}}_{H(\theta, f)} \quad (2.21)$$

A resposta do formatador à exponencial complexa $e^{j2\pi fn}$ é dada por $H(\theta, f)$. Para cada frequência f e cada direção de chegada caracterizada por $\tau(\theta)$, o conformador especifica uma resposta segundo $H(\theta, f)$.

A magnitude de $H(\theta, f)$ para determinada frequência ou ângulo de chegada resulta em uma resposta de ganho em função do conteúdo espacial ou espectral, respectivamente. Ou

seja, especificando-se uma frequência, esta função informa o padrão de irradiação espacial do conformador. Por outro lado, especificando-se um ângulo de chegada, obtém-se a resposta em frequência. Um exemplo de diagrama de irradiação pode ser visto na figura seguinte.

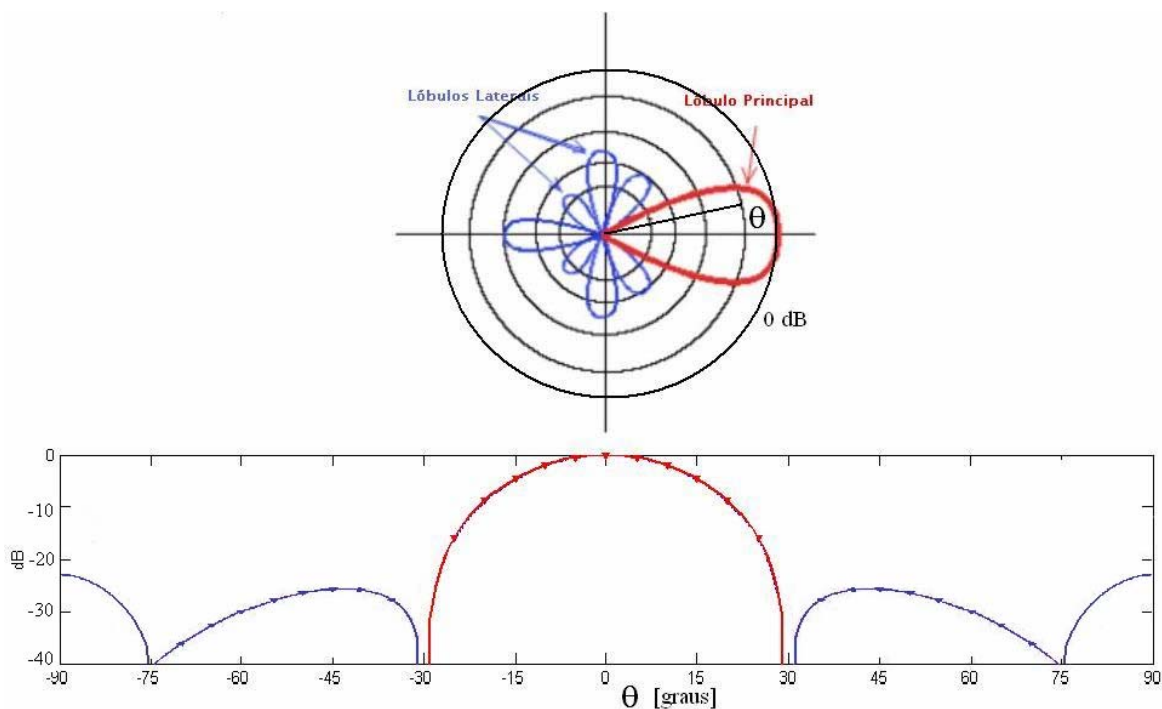


Figura 2.6 - Diagrama de Irradiação Espacial

Na figura são mostradas duas formas de se representar a irradiação espacial de energia do conformador de feixe: ou através de um diagrama polar, ou por meio de um diagrama com coordenadas cartesianas. Deve-se mencionar que esta representação é tomada como um plano de corte do diagrama de irradiação.

2.2.4 - O Critério LCMV

Os formatadores de feixe têm a função de rejeitar sinais indesejados segundo algum critério de projeto. Com o uso de múltiplos sensores é esperada maior robustez contra sinais interferentes e ruído em relação à utilização de apenas um sensor. Este fato se reflete

em melhorias nas relações sinal-ruído *SNR* (*Signal to Noise Ratio*) e sinal-interferência *SIR* (*Signal to Interference Ratio*).

O critério **LCMV** tem por objetivo minimizar a variância do sinal de saída do conformador, com os coeficientes de filtragem sujeitos a satisfazer um conjunto de restrições lineares. O critério é adotado de forma direta no Conformador LCMV, exibido de forma simplificada na Figura 2.7.

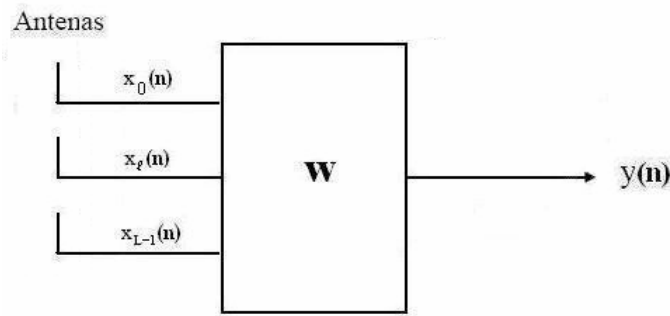


Figura 2.7 - Conformador LCMV

Na figura, o vetor de coeficientes \mathbf{w} é representado pela Equação (2.18). As restrições sobre os coeficientes do conformador de feixe são impostas através de um sistema de equações lineares, descrito na forma vetorial por:

$$\mathbf{C}^T \mathbf{w} = \mathbf{f} \quad (2.22)$$

Na equação acima, as restrições lineares são agrupadas na matriz \mathbf{C} , a qual combina os coeficientes presentes no vetor \mathbf{w} para que estes criem uma resposta especificada no vetor de respostas \mathbf{f} . Este vetor é definido como

$$\mathbf{f} = [f_0, f_1, \dots, f_{K-1}]. \quad (2.23)$$

Considerando L o número de sensores, N o número de coeficientes dos filtros transversais e K o número de restrições, \mathbf{C} terá dimensão $LN \times K$ e \mathbf{f} terá dimensão $K \times 1$. Neste caso,

desde que $LN > K$, \mathbf{C} tem posto completo (igual a K), ou seja, suas colunas são linearmente independentes.

A variância na saída do conformador de feixe é dada por $E\{y^2(n)\} = \mathbf{w}^T \underbrace{E\{\mathbf{x}(n)\mathbf{x}^T(n)\}}_{\mathbf{R}} \mathbf{w}$,

onde \mathbf{R} (ou \mathbf{R}_{xx}) é a matriz de autocorrelação do sinal de entrada [7].

Logo, o critério LCMV é descrito por

$$\text{Minimizar} \quad \mathbf{w}^T \mathbf{R} \mathbf{w} \quad (2.24)$$

$$\mathbf{w}$$

$$\text{Sujeito a} \quad \mathbf{C}^T \mathbf{w} = \mathbf{f} \quad (2.25)$$

O vetor ótimo de coeficientes pode ser obtido utilizando-se o método dos multiplicadores de Lagrange. Assim, gera-se uma nova função custo para minimização, como mostrado a seguir.

$$\mathfrak{J}(\mathbf{w}) = \frac{1}{2} \mathbf{w}^T \mathbf{R} \mathbf{w} + \boldsymbol{\lambda}^T (\mathbf{C}^T \mathbf{w} - \mathbf{f}) \quad (2.26)$$

onde $\boldsymbol{\lambda}$ é o vetor de multiplicadores de Lagrange a ser determinado.

Obtendo o gradiente da Equação (2.26) com respeito a \mathbf{w} e igualando-o ao vetor nulo temos

$$\frac{\delta \mathfrak{J}(\mathbf{w})}{\delta \mathbf{w}} = \mathbf{R} \mathbf{w} + \mathbf{C} \boldsymbol{\lambda} = \mathbf{0} \quad (2.27)$$

Desta forma, o vetor ótimo de coeficientes, em função dos multiplicadores de Lagrange $\boldsymbol{\lambda}$, é dado por

$$\mathbf{w}_{OPT} = -\mathbf{R}^{-1} \mathbf{C} \boldsymbol{\lambda} \quad (2.28)$$

Como \mathbf{w}_{OPT} satisfaz às restrições em (2.25), tem-se que:

$$\boldsymbol{\lambda} = -(\mathbf{C}^T \mathbf{R}^{-1} \mathbf{C})^{-1} \mathbf{f} \quad (2.29)$$

Assim, substituindo (2.29) em (2.28), obtém-se a solução ótima para o critério LCMV:

$$\mathbf{w}_{OPT} = \mathbf{R}^{-1} \mathbf{C} (\mathbf{C}^T \mathbf{R}^{-1} \mathbf{C})^{-1} \mathbf{f} \quad (2.30)$$

Visto dessa forma, o Conformador LCMV trata o problema de minimização restrita de forma direta. Diferentemente, o Conformador GSC possui uma estrutura alternativa ao Conformador LCMV, o que permite retirar as restrições do critério de minimização, impondo-as de forma indireta. Este novo conformador será tratado a seguir.

2.2.5 - O Conformador GSC

O Conformador LCMV mostrado anteriormente pode ser representado, na forma indireta, pela estrutura Cancelador de Lóbulos Laterais Generalizado (GSC - *Generalized Sidelobe Canceler*), mostrada na Figura 2.8. O GSC é uma estrutura utilizada para transformar um problema de minimização restrita em um formato livre de restrições.

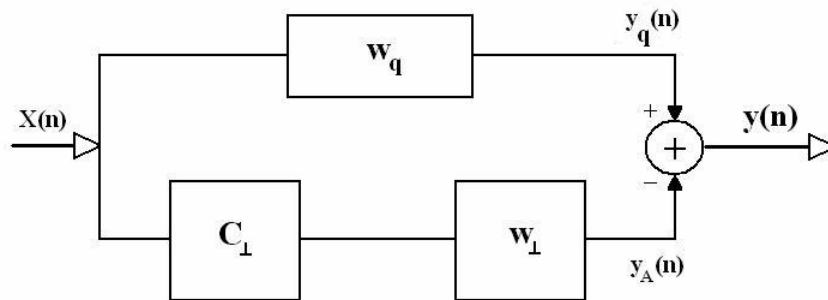


Figura 2.8 - Cancelador de Lóbulos Laterais Generalizado (GSC)

Na figura, o filtro \mathbf{w}_q é denominado de conformador quiescente, e representa o processador principal da estrutura. Este processador satisfaz às restrições lineares buscando

priorizar o sinal de interesse em termos de espaço e frequência. A matriz \mathbf{C}_\perp é denominada de matriz de bloqueio de sinal que, em conjunto com o vetor de coeficientes \mathbf{w}_\perp , representa o processador auxiliar. O processador auxiliar é encarregado de processar quaisquer sinais que não se enquadram nas restrições lineares impostas ao processador principal.

Neste conformador há um pré-processamento do sinal de entrada antes que este atinja o vetor de coeficientes \mathbf{w}_\perp do processador auxiliar. Este processamento realiza a rejeição do sinal de interesse e é conduzido através da matriz \mathbf{C}_\perp . Ou seja, a matriz \mathbf{C}_\perp , de dimensão $LN \times (LN-K)$, é projetada para bloquear o sinal desejado, em termos de faixa de frequência e direção de chegada. Cabe ao processador auxiliar cancelar o sinal interferente que não foi suprimido pelo conformador quiescente \mathbf{w}_q na saída da estrutura. Para tanto, a matriz \mathbf{C}_\perp deve representar o complemento ortogonal em \Re^{LN} da matriz de restrições \mathbf{C} ($\mathbf{C}^T \mathbf{C}_\perp = \mathbf{0}_{K \times LN-K}$). Este é o procedimento que caracteriza e dá nome a estrutura Cancelador de Lóbulos Laterais Generalizado. Como a matriz \mathbf{C}_\perp bloqueia o sinal de interesse, resta ao vetor \mathbf{w}_\perp a tarefa de cancelar o sinal interferente que vazou pelos lóbulos laterais do diagrama de irradiação do formatador quiescente \mathbf{w}_q através da minimização da potência média do sinal de erro $y_q(n) - y_A(n)$ na saída da estrutura.

As filtragens espacial e espectral realizadas pela matriz \mathbf{C}_\perp na estrutura são obtidas via restrições lineares. Existem várias técnicas para a obtenção desta matriz a partir de \mathbf{C} , tais como o processo de ortogonalização de Gram-Schmidt, a decomposição QR, etc [4,7].

O critério de minimização referente ao Conformador GSC é descrito por

$$\text{Minimizar} \quad E\{e^2(n)\} = \frac{1}{2}(\mathbf{w}_q - \mathbf{C}_\perp \mathbf{w}_\perp)^T \mathbf{R} (\mathbf{w}_q - \mathbf{C}_\perp \mathbf{w}_\perp) \quad (2.31)$$

$$\mathbf{w}_\perp$$

Tomando a derivada de (2.31) em relação ao vetor \mathbf{w}_\perp e igualando-a ao vetor nulo, tem-se que:

$$\frac{\delta \mathfrak{J}(\mathbf{w}_\perp)}{\delta \mathbf{w}_\perp} = -\mathbf{C}_\perp^T \mathbf{R} \mathbf{w}_q + (\mathbf{C}_\perp^T \mathbf{R} \mathbf{C}_\perp) \mathbf{w}_\perp = 0 \quad (2.32)$$

Logo, o vetor ótimo é dado por:

$$\mathbf{w}_{\perp OPT} = (\mathbf{C}_\perp^T \mathbf{R} \mathbf{C}_\perp)^{-1} \mathbf{C}_\perp^T \mathbf{R} \mathbf{w}_q \quad (2.33)$$

Por fim, é importante dizer que a definição das restrições lineares e a conseqüente criação da matriz de bloqueio de sinal têm papel crucial no bom funcionamento do sistema. A seguir, passa-se a discutir os tipos de restrições lineares empregadas nos Conformadores LCMV e GSC.

2.3 - Restrições Lineares

De maneira geral, as restrições podem ser usadas para especificar a resposta em frequência e no espaço do conformador com o objetivo de adicionar seletividade espacial e/ou temporal ao sistema. Assim, é possível escolher a direção de chegada e a banda de frequência de um sinal que se pretende privilegiar e, ao mesmo tempo, bloquear os demais sinais considerados como interferentes. Com o uso das restrições, podem-se controlar os subespaços de sinal de interesse e de sinais interferentes [7]. Serão descritos dois tipos de restrições: pontuais e autovetoriais.

2.3.1 - Restrições Pontuais

As restrições pontuais recebem este nome por especificarem uma determinada resposta do conformador para uma única frequência e um único ângulo de chegada [4], [7].

Considere um sinal sinusoidal, com frequência angular ω , magnitude unitária e ângulo de chegada θ , incidindo em um arranjo/conformador composto de L sensores e filtros FIR com N coeficientes. Pode-se denotar o vetor $\mathbf{x}_{\theta,\omega}(n)$, de LN amostras, no instante n por:

$$\begin{aligned} \mathbf{x}_{\theta,\omega}(n) = \{ & \cos(\omega n), \cos[\omega(n - \tau(\theta))], \dots, \cos[\omega(n - (L-1)\tau(\theta))], \dots, \\ & \cos[\omega(n - N + 1)], \cos[\omega(n - \tau(\theta) - N + 1)], \dots, \cos[\omega(n - (L-1)\tau(\theta) - N + 1)] \} \end{aligned} \quad (2.34)$$

Esse vetor pode ser desmembrado usando a seguinte relação trigonométrica :

$$\cos(a - b) = \cos(a)\cos(b) + \sin(a)\sin(b) \quad (2.35)$$

resultando em

$$\mathbf{x}_{\theta,\omega}(n) = \cos(\omega n)\mathbf{c}(\theta, \omega) + \sin(\omega n)\mathbf{s}(\theta, \omega) \quad (2.36)$$

com

$$\begin{aligned} \mathbf{c}(\theta, \omega) = \{ & 1, \cos[\omega\tau(\theta)], \dots, \cos[\omega(L-1)\tau(\theta)], \dots, \\ & \cos[\omega(N-1)], \cos[\omega(\tau(\theta) + N-1)], \dots, \cos[\omega((L-1)\tau(\theta) + N-1)] \} \end{aligned} \quad (2.37)$$

e

$$\begin{aligned} \mathbf{s}(\theta, \omega) = \{ & 0, \sin[\omega\tau(\theta)], \dots, \sin[\omega(L-1)\tau(\theta)], \dots, \\ & \sin[\omega(N-1)], \sin[\omega(\tau(\theta) + N-1)], \dots, \sin[\omega((L-1)\tau(\theta) + N-1)] \} \end{aligned} \quad (2.38)$$

Um vez que o processamento é linear, tem-se que sua resposta no instante n será da mesma natureza do sinal de entrada, apenas com magnitude A e fase φ diferentes.

$$\begin{aligned} \mathbf{x}_{\theta,\omega}^T(n)\mathbf{w} &= A\cos(\omega n - \varphi) \\ &= A\cos(\omega n)\cos(\varphi) + A\sin(\omega n)\sin(\varphi) \end{aligned} \quad (2.39)$$

De (2.36), tem-se também que:

$$\mathbf{x}_{\theta,\omega}^T(n)\mathbf{w} = \cos(\omega n)\mathbf{c}^T(\theta,\omega)\mathbf{w} + \sin(\omega n)\mathbf{s}^T(\theta,\omega)\mathbf{w} \quad (2.40)$$

Logo, comparando as Equações (2.39) e (2.40), para se especificar uma resposta de magnitude igual a A e de fase igual a φ no ângulo de chegada θ e frequência ω , é necessário apenas impor que os coeficientes do conformador satisfaçam à seguinte condição – o conjunto de restrições lineares em (2.22):

$$\begin{bmatrix} \mathbf{c}^T(\theta,\omega) \\ \mathbf{s}^T(\theta,\omega) \end{bmatrix} \mathbf{w} = \begin{bmatrix} A \cos(\varphi) \\ A \sin(\varphi) \end{bmatrix} \quad (2.41)$$

Para se especificar uma resposta de fase linear para o ângulo de chegada θ e frequência angular ω , deve-se proceder da seguinte maneira [4]:

$$\varphi = \omega \tau_0(\theta) \quad (2.42)$$

onde

$$\tau_0(\theta) = \frac{(N-1) + L \sin(\theta)}{2} \quad (2.43)$$

representa o atraso de grupo do formatador para um sinal na direção de chegada θ .

A seguir, serão desenvolvidas as restrições autovetoriais, que utilizam restrições pontuais múltiplas para um mapeamento aprimorado de pontos em espaço-frequência.

2.3.2 - Restrições Autovetoriais

As restrições autovetoriais (*Eigenvector Constraints*) representam uma extensão das restrições pontuais [7]. São utilizados múltiplos pontos para se especificar uma região de interesse, caracterizada por uma faixa de direções de chegada e uma banda de frequência.

Essas restrições fornecem uma representação de posto, ou *rank*, reduzido do espaço de sinal. Baseia-se na expansão discreta de Karhunen-Loève [3], e é gerada com um conjunto reduzido de autovetores, obtidos através da decomposição em valores singulares (SVD – *Singular Value Decomposition*) de uma matriz de restrições pontuais múltiplas, caracterizando uma região de interesse. Ou seja, a partir das restrições pontuais múltiplas, uma nova e eficiente base para o subespaço de sinal desejado pode ser gerada.

Considere uma região de interesse denotada através de ângulo de chegada e frequência por $\{(\theta, \omega)\}, \forall \theta \in \Theta$ e $\omega \in \Omega$. Seja $(\theta, \omega)_k = (\theta_i, \omega_j)$ um ponto desta região. O controle de magnitude e fase no ângulo θ_i e na frequência ω_j , referentes a este ponto, pode ser obtido pela imposição da seguinte restrição:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{c}^T(\theta, \omega)_k \\ \mathbf{s}^T(\theta, \omega)_k \end{bmatrix} \mathbf{w} = \begin{bmatrix} A_k \cos(\varphi_k) \\ A_k \sin(\varphi_k) \end{bmatrix} \quad (2.44)$$

Desta forma, caracterizando uma amostragem da região, seu controle pode ser feito através do uso de múltiplas restrições pontuais, impondo a cada par ângulo-frequência a condição acima.

Um ajuste nas Equações (2.37) e (2.38) é necessário para caracterizar cada par ângulo-frequência, resultando em:

$$\begin{aligned} \mathbf{c}(\theta, \omega)_k = \mathbf{c}(\theta_i, \omega_j) = \{1, \cos[\omega_j \tau(\theta_i)], \dots, \cos[\omega_j (L-1) \tau(\theta_i)], \dots, \\ \cos[\omega_j (N-1)], \cos[\omega_j (\tau(\theta_i) + N-1)], \dots, \cos[\omega_j ((L-1) \tau(\theta_i) + N-1)] \} \end{aligned} \quad (2.45)$$

e

$$\begin{aligned} \mathbf{s}(\theta, \omega)_k = \mathbf{s}(\theta_i, \omega_j) = \{0, \sin[\omega_j \tau(\theta_i)], \dots, \sin[\omega_j (L-1) \tau(\theta_i)], \dots, \\ \sin[\omega_j (N-1)], \sin[\omega_j (\tau(\theta_i) + N-1)], \dots, \sin[\omega_j ((L-1) \tau(\theta_i) + N-1)] \} \end{aligned} \quad (2.46)$$

para $k = 1, \dots, K$, $i = 1, \dots, I$, e $j = 1, \dots, J$, com $K = IJ$

O controle da região como um todo pode ser representado agrupando todos os pares ângulo-frequência de acordo com

$$\mathbf{A}_{\Theta,\Omega}^T \mathbf{w} = \mathbf{r}_{\Theta,\Omega} \quad (2.47)$$

onde

$$\mathbf{A}_{\Theta,\Omega} = [\mathbf{c}(\theta, \omega)_1, \dots, \mathbf{c}(\theta, \omega)_K \mid \mathbf{s}(\theta, \omega)_1, \dots, \mathbf{s}(\theta, \omega)_K] \quad (2.48)$$

e

$$\mathbf{r}_{\Theta,\Omega} = [A_1 \cos(\varphi_1), \dots, A_K \cos(\varphi_K) \mid A_1 \sin(\varphi_1), \dots, A_K \sin(\varphi_K)]^T \quad (2.49)$$

O grau de precisão da representação da fonte de interesse através das restrições autovetoriais está associado à realização de uma densa amostragem da região de interesse determinada por Θ e Ω . Isto torna o sistema da Equação (2.47) sobredeterminado (mais equações do que incógnitas).

Como foi dito anteriormente, é possível obter uma representação de $\mathbf{A}_{\Theta,\Omega}^T$ com posto reduzido, inferior a $P=LN$, utilizando-se a Decomposição em Valor Singular (SVD), [7]. Isto permite representar o subespaço de sinal de interesse através de um número menor de restrições e, conseqüentemente, fazendo uso de menos graus de liberdade do conformador de feixes. A representação é descrita por

$$\mathbf{A}_{\Theta,\Omega}^T = \mathbf{U}_{\Theta,\Omega} \begin{bmatrix} \Sigma_{P_{\Theta,\Omega}} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} \end{bmatrix} \mathbf{V}_{\Theta,\Omega}^T \quad (2.50)$$

sendo

$$\mathbf{U}_{\Theta,\Omega} = [\mathbf{u}_1, \dots, \mathbf{u}_{2K}] \quad (2.51)$$

$$\mathbf{V}_{\Theta,\Omega} = [\mathbf{v}_1, \dots, \mathbf{v}_{LN}] \quad (2.52)$$

matrizes contendo vetores singulares de $\mathbf{A}_{\Theta,\Omega}^T$ e

$$\mathbf{\Sigma}_{P_{\Theta,\Omega}} = \begin{bmatrix} \sigma_1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \ddots & & \vdots \\ \vdots & & & 0 \\ 0 & \dots & 0 & \sigma_P \end{bmatrix} \quad (2.53)$$

corresponde à matriz quadrada cujos elementos da diagonal principal correspondem aos valores singulares. Deve-se salientar que $\sigma_1 \geq \sigma_2 \geq \dots \geq \sigma_P$.

Então, considerando $D_{\Theta,\Omega} < P$ valores singulares mais significativos em $\mathbf{\Sigma}_{P_{\Theta,\Omega}}$, a pseudoinversa de posto reduzido $D_{\Theta,\Omega}$ da matriz $\mathbf{A}_{\Theta,\Omega}^T$ é dada por

$$\left(\mathbf{A}_{\Theta,\Omega}^T\right)_{D_{\Theta,\Omega}}^+ = \mathbf{V}_{D_{\Theta,\Omega}} \mathbf{\Sigma}_{D_{\Theta,\Omega}}^{-1} \mathbf{U}_{D_{\Theta,\Omega}}^T \quad (2.54)$$

onde

$$\mathbf{U}_{D_{\Theta,\Omega}} = [\mathbf{u}_1, \dots, \mathbf{u}_{D_{\Theta,\Omega}}] \quad (2.55)$$

e

$$\mathbf{V}_{D_{\Theta,\Omega}} = [\mathbf{v}_1, \dots, \mathbf{v}_{D_{\Theta,\Omega}}] \quad (2.56)$$

possuem os primeiros $D_{\Theta,\Omega}$ vetores coluna das matrizes $\mathbf{U}_{\Theta,\Omega}$ e $\mathbf{V}_{\Theta,\Omega}$, respectivamente, e

$$\mathbf{\Sigma}_{D_{\Theta,\Omega}} = \begin{bmatrix} \sigma_1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \ddots & & \vdots \\ \vdots & & & 0 \\ 0 & \dots & 0 & \sigma_{D_{\Theta,\Omega}} \end{bmatrix} \quad (2.57)$$

os $D_{\Theta,\Omega}$ valores singulares mais significativos de $\mathbf{A}_{\Theta,\Omega}^T$.

Pode-se perceber que essa representação seleciona os vetores correspondentes aos $D_{\Theta,\Omega}$ valores singulares mais significativos para a composição da nova representação de posto reduzido.

A solução de norma mínima do sistema da Equação (2.47), considerando a redução de posto, é dada por

$$\begin{aligned}\mathbf{w}_{D_{\Theta,\Omega}} &= \left(\mathbf{A}_{\Theta,\Omega}^T \right)^+ \mathbf{r}_{\Theta,\Omega} \\ &= \mathbf{V}_{D_{\Theta,\Omega}} \underbrace{\Sigma_{D_{\Theta,\Omega}}^{-1} \mathbf{U}_{D_{\Theta,\Omega}}^T \mathbf{r}_{\Theta,\Omega}}_{\mathbf{f}_{D_{\Theta,\Omega}}}\end{aligned}\quad (2.58)$$

Esta equação representa o conformador determinístico quiescente do subespaço de sinal gerado pelos vetores singulares de $\mathbf{V}_{D_{\Theta,\Omega}}$ e pode ser reescrita como

$$\mathbf{V}_{D_{\Theta,\Omega}}^T \mathbf{w}_{D_{\Theta,\Omega}} = \mathbf{f}_{D_{\Theta,\Omega}} \quad (2.59)$$

sendo $\mathbf{f}_{D_{\Theta,\Omega}}$ as respostas a serem respeitadas. Logo, para implementar o conjunto de restrições autovetoriais, faz-se $\mathbf{C} = \mathbf{V}_{D_{\Theta,\Omega}}$ e $\mathbf{f} = \mathbf{f}_{D_{\Theta,\Omega}}$ no conjunto de restrições descrito na Equação (2.22).

Fazendo uso das restrições autovetoriais, a matriz de bloqueio de sinal na estrutura GSC pode ser facilmente determinada. Sendo o complemento ortogonal de $\mathbf{V}_{D_{\Theta,\Omega}}$, ela pode ser obtida a partir dos autovetores da matriz $\mathbf{V}_{\Theta,\Omega}$ correspondentes aos $P - D_{\Theta,\Omega}$ valores singulares menos significativos em $\Sigma_{P_{\Theta,\Omega}}$.

Por fim, cabe dizer que as restrições autovetoriais são úteis quando o diagrama de irradiação precisa ser eletronicamente redirecionado, e serão utilizadas nos Conformadores LCMV e GSC para orientá-los quanto aos sinais a serem privilegiados ou suprimidos.

2.4 - Conclusões do capítulo

Foram apresentados dois tipos de conformadores de feixe para sinais banda larga juntamente com seus mecanismos de funcionamento. Também foi mostrado o tipo de restrições lineares utilizadas para dar orientações a um determinado conformador. Desta

forma, é possível introduzir transformação Multi-Split juntamente com um tratamento adaptativo dos Conformadores LCMV e GSC. É o que será visto no capítulo seguinte.

3 - Filtragem Multi-Split em Arranjos Adaptáveis

Este capítulo considera que as estruturas de conformação de feixe do capítulo anterior são adaptativas. Inicialmente, é revista a aplicação das técnicas de filtragem adaptativa LMS (*Least Mean Square*) e RLS (*Recursive Least Square*) na atualização dos coeficientes dos filtros das estruturas LCMV e GSC. Em seguida, apresenta-se a técnica de filtragem Split e o Algoritmo Multi-Split LMS (MS-LMS) para sistemas adaptativos. De posse do Algoritmo MS-LMS, passa-se então a estudar sua utilização em conformadores de feixe adaptativos, o que se constitui na proposta deste trabalho de dissertação de mestrado. Vale ressaltar que a técnica RLS tem sido considerada apenas para efeito de comparação.

3.1 - O Algoritmo CLMS

A técnica CLMS (*Constrained Least Mean Square*), proposta em [6] por Frost, faz uso do método do gradiente estocástico para adaptar os coeficientes de um filtro que se encontra sujeito a satisfazer um conjunto de equações lineares – as restrições lineares. Para a estrutura de formatação de feixe LCMV (Figura 2.5), a equação recursiva de atualização do vetor de coeficientes é descrita por

$$\mathbf{w}(n) = \mathbf{P}[\mathbf{w}(n-1) - \mu \mathbf{x}(n)y(n)] + \mathbf{q} , \quad (3.1)$$

onde

$$y(n) = \mathbf{x}^T(n)\mathbf{w}(n-1) \quad (3.2)$$

é a estimativa *a priori* do sinal de saída do conformador,

$$\mathbf{P} = \overbrace{\mathbf{I} - \mathbf{C}(\mathbf{C}^t\mathbf{C})^{-1}\mathbf{C}^t}^{\text{Projeção no espaço ortogonal às colunas de C}} \quad (3.3)$$

Projeção no espaço de colunas de C

é uma matriz $LN \times LN$ e

$$\mathbf{q} = \mathbf{C}(\mathbf{C}^t\mathbf{C})^{-1}\mathbf{f} \quad (3.4)$$

um vetor LN dimensional. É importante observar que \mathbf{P} e \mathbf{q} dependem apenas das restrições.

O conformador LCMV não possui um sinal de referência e o processo de minimização restrita é realizado sobre a variância do sinal de saída do conformador. Quando um sinal de referência encontra-se disponível na saída do conformador, [4], a exemplo do conformador GSC, o critério de otimização passa a ser a minimização restrita do erro médio quadrático, e o Algoritmo CLMS é regido pela seguinte equação recursiva [4,6]:

$$\mathbf{w}(n) = \mathbf{P}[\mathbf{w}(n) + \mu \mathbf{x}(n)e(n)] + \mathbf{q} \quad (3.5)$$

onde

$$e(n) = d(n) - \mathbf{x}^t(n)\mathbf{w}(n-1) \quad (3.6)$$

é a estimativa a priori do sinal de erro a ser minimizado e $\mathbf{w}(n)$ é o vetor “equivalente” de coeficientes da estrutura GSC. O único filtro adaptável nesse conformador é o vetor $\mathbf{w}_\perp(n)$, como visto no capítulo anterior.

É interessante observar que o termo entre colchetes em (3.5) correspondente exatamente à recursão clássica de adaptação do Algoritmo LMS para filtros irrestritos. Certamente, o vetor de coeficientes resultante desta operação não satisfaz às restrições. São \mathbf{P} e \mathbf{q} os responsáveis pela imposição das restrições, a cada iteração, no processo de adaptação. Esta observação também se aplica à Equação (3.1), em que a técnica LMS é usada para minimizar a variância do sinal de saída do conformador. Deve-se observar que \mathbf{q} corresponde ao vetor \mathbf{w}_q para o caso da estrutura GSC. A matriz \mathbf{P} realiza a projeção do vetor de dados de entrada $\mathbf{x}(n+1)$ no subespaço ortogonal de restrição.

Analisando-se as duas equações anteriores, foi observado que a carga computacional do Algoritmo CLMS a cada iteração é dada por $(LN)^2 + 2(LN) + 1$ multiplicações e $(LN)^2 + 2(LN) + 1$ somas/subtrações.

Um outro aspecto interessante de se observar no Algoritmo CLMS é que, ao substituir \mathbf{P} e \mathbf{q} pelas Equações (3.3) e (3.4), as Equações (3.1) e (3.5) podem ser simplificadas se o termo $\mathbf{C}^T \mathbf{w}(n) - \mathbf{f}$, for desprezado, representando o atendimento às restrições. Obtém-se como resultado as respectivas equações recursivas

$$\mathbf{w}(n+1) = \mathbf{w}(n) + \mu \mathbf{P} \mathbf{x}(n+1) y(n+1) \quad (3.7)$$

e

$$\mathbf{w}(n+1) = \mathbf{w}(n) + \mu \mathbf{P} \mathbf{x}(n+1) e(n+1) , \quad (3.8)$$

as quais correspondem ao algoritmo de projeção do gradiente, com a implícita suposição de que $\mathbf{w}(n)$ satisfaz às restrições [6]. Em geral, esta suposição é incorreta devido ao acúmulo de erros de arredondamento da implementação em precisão finita. Portanto, observa-se que o Algoritmo de Frost possui um mecanismo de correção de erros de imprecisão numérica, evitando que o vetor de coeficientes se desvie das restrições durante o processo de adaptação.

Por fim, resta dizer que, embora robusto, o Algoritmo de Frost, por fazer uso do método do gradiente, herda as limitações de taxa de convergência dos coeficientes e desajuste final do erro médio quadrático condicionados à correlação do sinal de entrada e ao passo de adaptação.

A seguir, passa-se a considerar o emprego da técnica de mínimos quadrados no processo de minimização restrita dos conformadores.

3.2 - O Algoritmo CRLS

A contrapartida de mínimos quadrados do Algoritmo de Frost, [6], pode ser observada em [4]. O algoritmo é chamado de CRLS (*Constrained Recursive Least Square*). Para a estrutura LCMV, o vetor ótimo de coeficientes é determinado a cada iteração pela equação:

$$\mathbf{w}(n+1) = \mathbf{Q}(n+1)\mathbf{f} \quad (3.9)$$

onde

$$\mathbf{Q}(n+1) = \mathbf{R}^{-1}(n+1)\mathbf{C}[\mathbf{C}^t\mathbf{R}^{-1}(n+1)\mathbf{C}]^{-1} \quad (3.10)$$

e

$$\mathbf{R}(n+1) = \sum_{i=1}^{n+1} \lambda^{n+1-i} \mathbf{x}(i)\mathbf{x}^t(i) \quad (3.11)$$

é a estimativa de mínimos quadrados da matriz de autocorrelação do sinal de entrada do conformador no instante $n+1$, usando um janelamento exponencial ($0 < \lambda < 1$).

A recursividade do algoritmo está presente apenas no cálculo da matriz $\mathbf{Q}(n+1)$, o qual é feito pela expressão:

$$\mathbf{Q}(n+1) = [\mathbf{Q}(n) - \mathbf{g}(n+1)\mathbf{x}^t(n+1)\mathbf{Q}(n)] \left[\mathbf{I}_K + \frac{\mathbf{C}^t\mathbf{g}(n+1)\mathbf{x}^t(n+1)\mathbf{Q}(n)}{1 - \mathbf{x}^t(n+1)\mathbf{Q}(n)\mathbf{C}^t\mathbf{g}(n+1)} \right] \quad (3.12)$$

onde

$$\begin{aligned} \mathbf{g}(n+1) &= \mathbf{R}^{-1}(n+1)\mathbf{x}(n+1) \\ &= \frac{\mathbf{R}^{-1}(n)\mathbf{x}(n+1)}{\lambda + \mathbf{x}^t(n+1)\mathbf{R}^{-1}(n)\mathbf{x}(n+1)} \end{aligned} \quad (3.13)$$

e

$$\mathbf{R}^{-1}(n+1) = \frac{1}{\lambda} [\mathbf{R}^{-1}(n) - \mathbf{g}(n+1)\mathbf{x}^t(n+1)\mathbf{R}^{-1}(n)] \quad (3.14)$$

A Equação (3.9) requer LNK multiplicações e $LN(K-1)$ somas/subtrações. Já o cálculo recursivo da matriz $\mathbf{Q}(n+1)$ demanda aproximadamente $(LN+1)K^2 + 3LNK + K$ operações de multiplicação, $(LN)K^2 + 2(LN)K - 1$ somas/subtrações e K^2 divisões.

Como foi observado em [4], não é vantajoso aqui obter também uma recursão para o vetor de coeficientes, devido à carga computacional.

A fim de tornar o algoritmo robusto à propagação de erros de precisão finita e perda das restrições no cálculo de $\mathbf{Q}(n+1)$ por meio de (3.12), uma correção é inserida a cada iteração e é dada por:

$$\mathbf{Q}_{\text{cor}}(n+1) = \mathbf{Q}(n+1) + \mathbf{C}[\mathbf{C}^t \mathbf{C}]^{-1} [\mathbf{I}_K - \mathbf{C}^t \mathbf{Q}(n+1)] \quad (3.15)$$

Esta correção tem uma complexidade computacional de $2LNK^2$ multiplicações, e $(2LN-1)K^2 + K$ somas.

Já para os conformadores que apresentam um sinal de referência na saída (GSC), o vetor de coeficientes é atualizado através das equações [4]:

$$\mathbf{w}_{\text{ir}}(n+1) = \mathbf{w}_{\text{ir}}(n) + \mathbf{g}(n+1)e(n+1) \quad (3.16)$$

e

$$\mathbf{w}(n+1) = \mathbf{w}_{\text{ir}}(n+1) + \mathbf{Q}(n+1)[\mathbf{f} - \mathbf{C}^t \mathbf{w}_{\text{ir}}(n+1)] \quad (3.17)$$

Visto desta forma, o Algoritmo CRLS atualiza irrestritamente os coeficientes do conformador pela técnica de mínimos quadrados (Equação (3.16)) e os corrige através de (3.17) para que passem a satisfazer às restrições.

As Equações (3.16) e (3.17) requerem juntas uma carga computacional de $2LNK$ multiplicações e $2LNK$ somas/subtrações. Já o cálculo do sinal de erro consome LN multiplicações e LN somas/subtrações.

Substituindo (3.16) em (3.17), obtém-se a seguinte forma de descrever a adaptação do vetor de coeficientes pelo Algoritmo CRLS:

$$\mathbf{w}(n+1) = \mathbf{P}(n+1)[\mathbf{w}(n) + \mathbf{g}(n+1)e(n+1)] + \mathbf{q}(n+1) \quad (3.18)$$

onde

$$\mathbf{P}(n+1) = [\mathbf{I} - \mathbf{Q}(n+1)\mathbf{C}^t] \quad (3.19)$$

e

$$\mathbf{q}(n+1) = \mathbf{Q}(n+1)\mathbf{f}. \quad (3.20)$$

Comparando as Equações (3.5) e (3.18), fica constatado que o Algoritmo CRLS pode ser visto como a versão de mínimos quadrados do Algoritmo de Frost, onde $\mathbf{P}(n+1)$ e $\mathbf{q}(n+1)$ dependem agora da correlação do sinal de entrada do conformador.

As Equações (3.16) e (3.17) são preferidas na adaptação dos coeficientes por apresentarem um menor esforço computacional. Além disso, visando diminuir um pouco mais a complexidade do Algoritmo CRLS, em [4] o vetor de ganho de adaptação $\mathbf{g}(n+1)$ é obtido pelo Algoritmo de Mínimos Quadrados Rápido (FLS *Fast Least Square*). Este algoritmo não foi utilizado nesta dissertação, sendo citado apenas como caráter informativo.

No que concerne ao GSC adaptativo, foi visto no Capítulo 2 que a estrutura GSC (Figura 2.8) aborda o problema de filtragem restrita de forma indireta, retirando as restrições sobre o filtro a ser otimizado. Sendo assim, as técnicas clássicas de filtragem adaptativa não restrita podem ser empregadas na atualização dos coeficientes do filtro. Isto vale dizer que os Algoritmos Clássicos LMS e RLS podem ser diretamente aplicados.

A seguir, será descrita a técnica Split de filtragem adaptativa para então se investigar sua utilização em conformadores de feixe.

3.3 - Introdução à Filtragem Split

É conhecido o fato de que qualquer polinômio de grau $N-1$ pode ser representado através de suas versões de simetria par e ímpar. Este conhecimento é estendido às seqüências finitas descrevendo a resposta ao impulso de sistemas discretos, no caso filtros transversais (linhas de retardo) [1]. Desta forma, seja

$$\mathbf{w} = [w_0 \quad w_1 \quad \dots \quad w_{N-1}]^T \quad (3.21)$$

o vetor de coeficientes de um filtro transversal de comprimento $N = 2^P$, $P \in \mathbb{N}^*$.

Considerando o sistema clássico de filtragem de Wiener mostrado na Figura 3.1, pode-se obter as versões de simetria (\mathbf{w}_s) e anti-simetria (\mathbf{w}_a) do filtro \mathbf{w} segundo as expressões:

$$\mathbf{w}_s = \frac{1}{2}(\mathbf{w} + \mathbf{J}_N \mathbf{w}) \quad (3.22)$$

e

$$\mathbf{w}_a = \frac{1}{2}(\mathbf{w} - \mathbf{J}_N \mathbf{w}) \quad (3.23)$$

com \mathbf{J}_N representando a matriz de reflexão quadrada $N \times N$. Essa matriz possui valor unitário em cada elemento da diagonal cruzada, e zeros nos demais elementos.

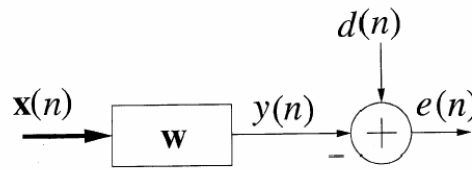


Figura 3.1 - Abordagem clássica de filtragem transversal

A partir das Equações (3.22) e (3.23), é fácil mostrar que:

$$\mathbf{w} = \mathbf{w}_s + \mathbf{w}_a \quad (3.24)$$

A Figura 3.2 exhibe o novo sistema com a fragmentação do vetor de coeficientes nas suas componentes simétrica e anti-simétrica.

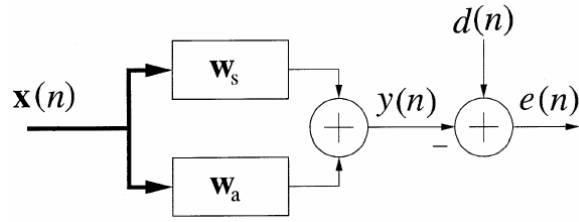


Figura 3.2 - Representação do filtro transversal nas componentes simétrica e anti-simétrica

As condições de simetria par e ímpar de \mathbf{w}_s e \mathbf{w}_a na Figura 3.2 podem ser impostas via restrições segundo o conjunto de equações lineares

$$\mathbf{C}_s^T \mathbf{w}_s = \mathbf{f}_s \quad (3.25)$$

e

$$\mathbf{C}_a^T \mathbf{w}_a = \mathbf{f}_a \quad (3.26)$$

onde, para N par:

$$\mathbf{C}_s = \begin{bmatrix} 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 1 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & 1 \\ \hline 0 & 0 & \dots & -1 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & -1 & \dots & 0 \\ -1 & 0 & \dots & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{I}_K \\ \hline -\mathbf{J}_K \end{bmatrix}_{N \times \frac{N}{2}} \quad (3.27)$$

$$\mathbf{C}_a = \begin{bmatrix} \mathbf{I}_K \\ \hline \mathbf{J}_K \end{bmatrix}_{N \times \frac{N}{2}} \quad (3.28)$$

e $\mathbf{f}_s = \mathbf{f}_a = \mathbf{0}_K$, com $K = N/2$.

Fazendo uso da estrutura GSC, o esquema de filtragem na Figura 3.2 com as restrições em (3.25) e (3.26) pode ser implementado pelo diagrama de blocos mostrado na Figura 3.3.

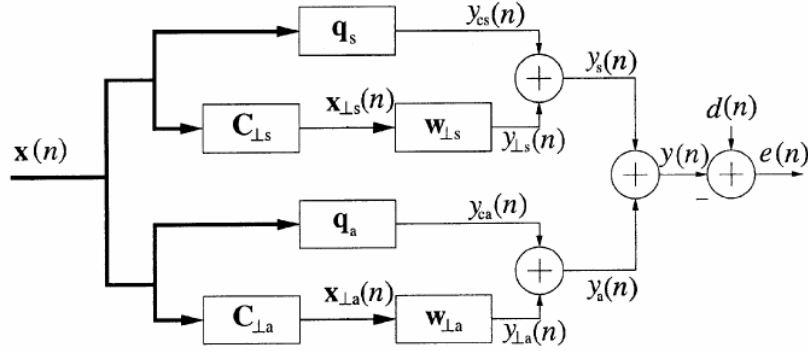


Figura 3.3 - Sistema de filtragem clássico com GSC

Uma vez que os vetores de resposta \mathbf{f}_s e \mathbf{f}_a são nulos, os filtros \mathbf{q}_s e \mathbf{q}_a são extintos:

$$\mathbf{q}_s = \mathbf{C}_s (\mathbf{C}_s^T \mathbf{C}_s)^{-1} \mathbf{f}_s = \mathbf{0} \quad (3.29)$$

e

$$\mathbf{q}_a = \mathbf{C}_a (\mathbf{C}_a^T \mathbf{C}_a)^{-1} \mathbf{f}_a = \mathbf{0} \quad (3.30)$$

Além disto, observa-se que as Equações (3.25) e (3.26) forçam a condição de que os vetores \mathbf{w}_s e \mathbf{w}_a sejam ortogonais ao subespaço gerado pelas matrizes \mathbf{C}_s e \mathbf{C}_a , respectivamente. Interpretando a operação Split como uma transformação dos dados de entrada $\mathbf{x}(n)$, pode-se dizer que a matriz de restrição \mathbf{C}_s transforma $\mathbf{x}(n)$ em sua versão de simetria ímpar (ou anti-simétrica) e \mathbf{C}_a transforma $\mathbf{x}(n)$ em sua versão de simetria par (ou simétrica). Então dá-se a geração dos vetores $\mathbf{x}_{\perp s}(n)$ e $\mathbf{x}_{\perp a}(n)$. Este fato revela que \mathbf{C}_s é um bom candidato à matriz de bloqueio de sinal do ramo de simetria ímpar, e \mathbf{C}_a um bom candidato à matriz de bloqueio do ramo de simetria par ($\mathbf{C}_a^T \mathbf{C}_s = \mathbf{C}_s^T \mathbf{C}_a = \mathbf{0}$). Levando-se em conta as observações acima, o sistema da Figura 3.3 transforma-se no esquema da Figura 3.4.

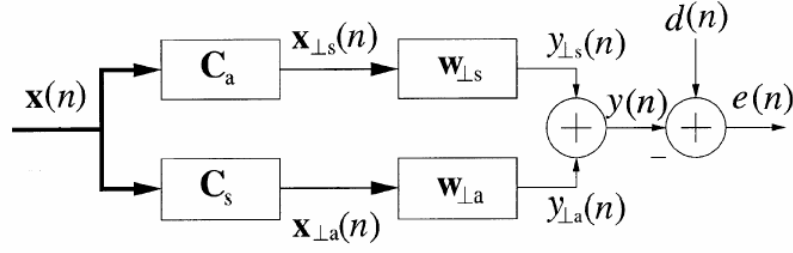


Figura 3.4 – Implementação GSC do filtro transversal nas simetrias par e ímpar

Os filtros $\mathbf{w}_{\perp s}$ e $\mathbf{w}_{\perp a}$ ótimos, [8], são dados por:

$$\mathbf{w}_{\perp s}^{opt} = (\mathbf{C}_a^T \mathbf{R} \mathbf{C}_a)^{-1} \mathbf{C}_a^T \mathbf{p} \quad (3.31)$$

e

$$\mathbf{w}_{\perp a}^{opt} = (\mathbf{C}_s^T \mathbf{R} \mathbf{C}_s)^{-1} \mathbf{C}_s^T \mathbf{p} , \quad (3.32)$$

onde \mathbf{R} é a matriz de autocorrelação de $\mathbf{x}(n)$ e \mathbf{p} o vetor de correlação cruzada entre $\mathbf{x}(n)$ e $d(n)$. O uso da estrutura GSC possibilita que os filtros $\mathbf{w}_{\perp s}$ e $\mathbf{w}_{\perp a}$ possuam dimensão $\frac{N}{2}$, ou seja, são formados pelos primeiros $\frac{N}{2}$ elementos dos filtros \mathbf{w}_s e \mathbf{w}_a .

Já o filtro ótimo é descrito por

$$\mathbf{w}^{opt} = \mathbf{w}_s^{opt} + \mathbf{w}_a^{opt} \quad (3.33)$$

sendo

$$\mathbf{w}_s^{opt} = \mathbf{C}_a \mathbf{w}_{\perp s}^{opt} \quad (3.34)$$

e

$$\mathbf{w}_a^{opt} = \mathbf{C}_s \mathbf{w}_{\perp a}^{opt} \quad (3.35)$$

A abordagem Multi-Split consiste em realizar o procedimento de fragmentação descrito acima diversas vezes. Ou seja, os filtros $\mathbf{w}_{\perp s}$ e $\mathbf{w}_{\perp a}$ na Figura 3.4 são também decompostos em partes simétrica e anti-simétrica, bem como os filtros resultantes desta fragmentação e assim sucessivamente. No final, com a continuação do processo de divisão

dos filtros, após um total de P etapas com cada uma contendo 2^{P-1} operações Split, $l = 1, \dots, P$, chega-se a um estágio de decomposição com N filtros de ordem zero (contendo apenas um coeficiente) em paralelo. Este estágio pode ser visualizado na Figura 3.5.

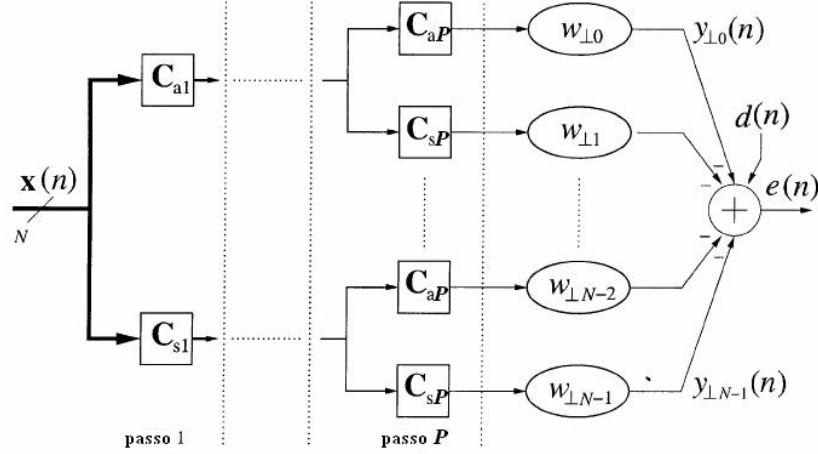


Figura 3.5 - Fragmentação Multi-Split do filtro transversal

O procedimento Multi-Split pode ser visto como uma transformação linear do sinal de entrada, incorporando as operações Split em uma matriz denotada por \mathbf{T} da seguinte forma:

$$\mathbf{x}_{\perp}(n) = \mathbf{T}^T \mathbf{x}(n) \quad (3.36)$$

com

$$\mathbf{T} = \begin{bmatrix} \mathbf{C}_{aP}^T \mathbf{C}_{a(P-1)}^T \dots \mathbf{C}_{a1}^T \\ \text{---} \\ \mathbf{C}_{sP}^T \mathbf{C}_{s(P-1)}^T \dots \mathbf{C}_{s1}^T \\ \text{---} \\ \vdots \\ \text{---} \\ \mathbf{C}_{sP}^T \mathbf{C}_{s(P-1)}^T \dots \mathbf{C}_{s1}^T \end{bmatrix}_{N \times N} \quad (3.37)$$

e

$$\mathbf{x}_{\perp}(n) = [x_{\perp 0}(n), \dots, x_{\perp N-1}(n)]^T \quad (3.38)$$

A matriz \mathbf{T} possui colunas ortogonais, respeitando a propriedade $\mathbf{T}^T \mathbf{T} = 2^P \mathbf{I}$. A matriz de correlação dos dados transformados $\mathbf{x}_\perp(n)$ é dada por

$$\begin{aligned}\mathbf{R}_\perp &= E\{\mathbf{x}_\perp(n)\mathbf{x}_\perp^T(n)\} \\ &= E\{\mathbf{T}^T \mathbf{x}(n)\mathbf{x}^T(n)\mathbf{T}\} \\ &= 2^P \underbrace{\mathbf{T}^{-1} \mathbf{R} \mathbf{T}}_{\mathbf{R}_T}\end{aligned}\tag{3.39}$$

sendo $\mathbf{R}_T = \mathbf{T}^{-1} \mathbf{R} \mathbf{T}$ similar a \mathbf{R} , \mathbf{R}_T é obtida a partir de uma transformação de similaridade de \mathbf{R} . Logo, pode-se dizer que $\lambda_{\perp i} = 2^P \lambda_i$, $i = 1, \dots, LN$, ou seja, os autovalores da matriz de autocorrelação dos dados transformados $\mathbf{x}_\perp(n)$ sofrem apenas um escalonamento, em termos de ganho, com relação aos autovalores da matriz \mathbf{R} . Isso equivale a dizer que a transformação linear MS não altera o espalhamento dos autovalores da matriz de correlação de $\mathbf{x}(n)$.

As colunas da matriz \mathbf{T} podem ser permutadas, o que corresponde a dispor diferentemente a sequência dos filtros $\mathbf{w}_{\perp i'}$ na Figura 3.5. Há um total de $N!$ permutações. Um fato curioso é que numa dessas permutações a matriz \mathbf{T} recai na matriz de Hadamard de ordem N , \mathbf{H}_N , podendo o esquema de filtragem MS ser representado na forma mostrada na Figura 3.6. Vale lembrar que a matriz de Hadamard \mathbf{H}_N pode ser obtida de forma recursiva na ordem segundo a equação:

$$\mathbf{H}_N = \begin{bmatrix} \mathbf{H}_{N/2} & \mathbf{H}_{N/2} \\ \mathbf{H}_{N/2} & -\mathbf{H}_{N/2} \end{bmatrix}\tag{3.40}$$

iniciando-se com $\mathbf{H}_1 = 1$.

A Figura 3.6 exhibe a representação do sistema de filtragem Multi-Split (MS) pela transformada de Hadamard.

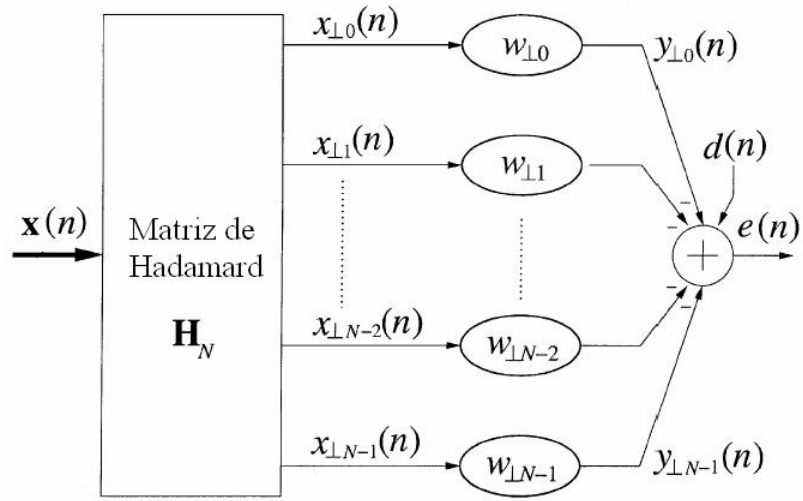


Figura 3.6 - Filtro Split visto como transformada de Hadamard

No entanto, uma outra interessante transformação MS é obtida caso as matrizes de restrição de simetrias par e ímpar (\mathbf{C}_s e \mathbf{C}_a) na Figura 3.5 sejam dadas por:

$$\mathbf{C}_{sl} = \begin{bmatrix} \mathbf{J}_{2^{p-l}} \\ - \\ -\mathbf{I}_{2^{p-l}} \end{bmatrix} \quad (3.41)$$

e

$$\mathbf{C}_{al} = \begin{bmatrix} \mathbf{I}_{2^{p-l}} \\ - \\ \mathbf{J}_{2^{p-l}} \end{bmatrix} \quad (3.42)$$

Nesse caso, a matriz de transformação linear MS de ordem N é representada por

$$\mathbf{M}_N = \begin{bmatrix} \mathbf{M}_{N/2} & \mathbf{J}_{N/2} \mathbf{M}_{N/2} \\ \mathbf{J}_{N/2} \mathbf{M}_{N/2} & -\mathbf{M}_{N/2} \end{bmatrix}, \quad (3.43)$$

e pode ser obtida recursivamente iniciando-se com $\mathbf{M}_1 = 1$.

É interessante notar que a implementação do procedimento de filtragem MS pela matriz \mathbf{M} é realizada de uma maneira mais simples do que pelas matrizes \mathbf{H} e \mathbf{T} . Isto porque as operações de adição e soma entre os dados na realização da transformação MS pela matriz \mathbf{M} seguem o mesmo padrão na forma de “borboleta” mostrado na Figura 3.7. Para exemplificar isso, considere um filtro com 8 coeficientes. O diagrama de fluxo da transformação MS utilizando-se a matriz \mathbf{M} neste caso é representado na Figura 3.8. Observa-se, assim, um alto grau de modularidade e paralelismo.

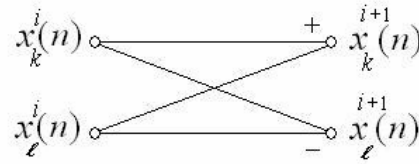


Figura 3.7 – Transformação elementar da matriz \mathbf{M}

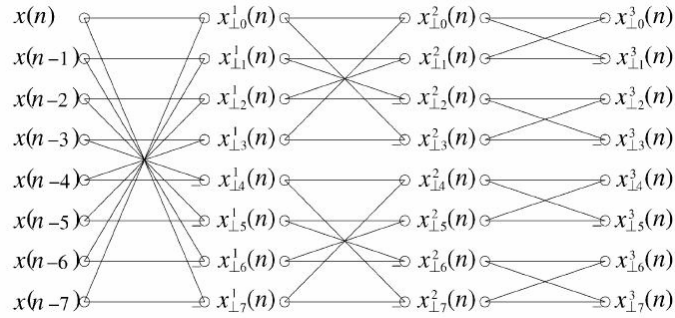


Figura 3.8 - Gráfico de fluxo para $\mathbf{M}_8^T \mathbf{x}(n)$

A matriz de autocorrelação dos dados de entrada transformados pode ser descrita por [1,8]:

$$\mathbf{R}_{\perp} = \mathbf{M}^T \mathbf{R} \mathbf{M} = \begin{bmatrix} 2\mathbf{M}_{N/2}^T \mathbf{R}_{N/2} \mathbf{M}_{N/2} + & \mathbf{0}_{N/2} \\ 2\mathbf{M}_{N/2}^T \mathbf{J}_{N/2} \mathbf{P}_{N/2} & \\ \hline \mathbf{0}_{N/2} & 2\mathbf{M}_{N/2}^T \mathbf{R}_{N/2} \mathbf{M}_{N/2} - \\ & 2\mathbf{M}_{N/2}^T \mathbf{J}_{N/2} \mathbf{P}_{N/2} \end{bmatrix} \quad (3.44)$$

com $\mathbf{P}_{N/2} = E \left\{ \mathbf{x}_{N/2}(n) \mathbf{x}_{N/2}^T(n - N/2) \right\}$, o que permite visualizar que o tratamento Multi-Split melhora a diagonalização da matriz \mathbf{R} , sem que haja branqueamento dos dados de entrada, culminando na preservação do espalhamento dos autovalores. Uma medida do fator de diagonalização de \mathbf{R}_\perp pode ser obtida segundo a equação [5]:

$$\delta(\mathbf{R}_\perp) = \frac{\text{tr}[\mathbf{R}_\perp]}{\sum_i \sum_j |r_{ij}| - \text{tr}[\mathbf{R}_\perp]} \quad (3.45)$$

Os coeficientes do filtro ótimo \mathbf{w}^{opt} , associado à Figura 3.1, estão relacionados com os coeficientes $w_{\perp i}$, $i = 0, 1, \dots, N-1$, no esquema da Figura 3.6, de acordo com a equação [8]:

$$\begin{aligned} \mathbf{w}^{opt} &= \mathbf{M} \mathbf{w}_\perp^{opt} \\ \mathbf{w}_\perp^{opt} &= \underbrace{\frac{1}{N} \mathbf{M}^T}_{\mathbf{M}^{-1}} \mathbf{w}^{opt} \end{aligned} \quad (3.46)$$

No contexto adaptativo, as propriedades acima da transformação MS são exploradas em [8] na proposição de um algoritmo de passo variável e normalizado na potência, adaptando independentemente os coeficientes $w_{\perp i}$ dos filtros de ordem zero na Figura 3.6. Isto tem por objetivo melhorar a taxa de convergência do Algoritmo LMS clássico e se baseia na técnica de filtragem adaptativa de auto-ortogonalização, a exemplo do Algoritmo DCT-LMS [3].

Vale ressaltar o efeito da escolha do número de coeficientes de filtragem. Como o número de coeficientes do filtro pode ser ajustado para a próxima potência de dois, ou seja, $N = 2^P$, com $P \in \mathbb{N}^*$, a transformação MS neste caso requer apenas $PN = N \log_2 N$ operações de adição por iteração – nenhuma operação de multiplicação é exigida. Percebe-se então que não há um aumento significativo da carga computacional ao se utilizar a transformação Multi-Split.

O Algoritmo MS-LMS está descrito na Tabela 3.1. O algoritmo faz uso do fator de esquecimento γ , através do qual os dados de entrada são exponencialmente janelados. Tal janelamento dos dados representa a influência da informação antiga na geração dos resultados para a iteração atual. Ao assumir valor unitário, o fator de esquecimento representa o ambiente de estacionariedade no sentido amplo. Por fim, cabe dizer que a implementação prática da transformação MS em processadores digitais de sinais deve ser realizada segundo o diagrama de fluxo exemplificado na Figura 3.8, garantindo assim sua simplicidade.

Tabela 3.1 – Algoritmo Multi-Split LMS

▪ **Inicialização:**

Passo de adaptação: $0 < \mu < \frac{1}{2^P \lambda_{\max}}$

Fator de esquecimento: $0 < \gamma < 1$

Para $i = 0, 1, \dots, N-1$ Fazer $w_{\perp i}(0) = 0$ e $\tilde{\lambda}_i(0) = 0$

Iniciar \mathbf{M}_N segundo equação (3.43), com $\mathbf{M}_1 = 1$

▪ **Atualização**

Para $i = 0, 1, \dots, N-1$ e $n = 1, 2, 3, \dots$ calcular:

a) Transformada linear

$x_{\perp i}(n) = \mathbf{m}_i^T \mathbf{x}(n)$, com \mathbf{m}_i sendo o $(i+1)$ ésimo vetor coluna de \mathbf{M}_N

b) Algoritmo LMS Normalizado

$$y(n) = \sum_{i=1}^{N-1} x_{\perp i}(n) w_{\perp i}(n-1)$$

$$e(n) = d(n) - y(n)$$

$$\tilde{\lambda}_i(n) = \gamma \tilde{\lambda}_i(n-1) + \frac{1}{n} (x_{\perp i}^2(n) - \gamma \tilde{\lambda}_i(n-1))$$

$$w_{\perp i}(n) = w_{\perp i}(n-1) + \frac{\mu}{\tilde{\lambda}_i(n)} x_{\perp i}(n) e(n)$$

A seguir, serão descritos os conformadores de feixe a serem controlados adaptativamente pelo Algoritmo MS-LMS.

3.4 - O Conformador Multi-Split LCMV

O Conformador LCMV explorado no capítulo anterior será novamente abordado. Nesta etapa, este conformador irá incorporar a transformação MS, buscando melhorar a taxa de convergência do Algoritmo CLMS.

Considere, então, o Conformador Multi-Split LCMV representado pelo diagrama de blocos na Figura 3.9. A matriz Multi-Split \mathbf{M} é adicionada ao Conformador LCMV como um bloco de processamento. O equacionamento do critério LCMV, incluindo a matriz \mathbf{M} , será desenvolvido a seguir, com o intuito de se observar as alterações incluídas por esta matriz.

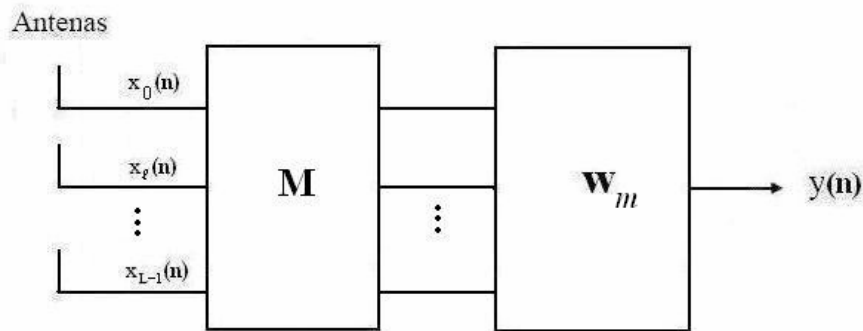


Figura 3.9 – O Conformador Multi-Split LCMV

O critério Multi-Split LCMV é representado por:

$$\text{Minimizar} \quad (\mathbf{M}\mathbf{w}_m)^T \mathbf{R}_{xx} (\mathbf{M}\mathbf{w}_m) \quad (3.47)$$

$$\mathbf{w}$$

$$\text{Sujeito a} \quad \mathbf{C}^T \mathbf{M}\mathbf{w}_m = \mathbf{f} \quad (3.48)$$

A função custo tomada para minimização é dada por

$$\mathfrak{J}(\mathbf{w}_m) = \frac{1}{2}(\mathbf{M}\mathbf{w}_m)^T \mathbf{R}_{xx}(\mathbf{M}\mathbf{w}_m) + \boldsymbol{\lambda}^T (\mathbf{C}^T \mathbf{M}\mathbf{w}_m - \mathbf{f}) \quad (3.49)$$

onde $\boldsymbol{\lambda}$ é o vetor de multiplicadores de Lagrange a ser determinado.

Calculando o gradiente da Equação (3.49) com respeito à \mathbf{w}_m e igualando-o ao vetor nulo, tem-se

$$\frac{\delta \mathfrak{J}(\mathbf{w})}{\delta \mathbf{w}} = \mathbf{M}^T \mathbf{R}_{xx} \mathbf{M}\mathbf{w}_m + \mathbf{M}^T \mathbf{C}\boldsymbol{\lambda} = \mathbf{0} \quad (3.50)$$

O vetor ótimo de coeficientes, em função dos multiplicadores de Lagrange $\boldsymbol{\lambda}$, é dado por

$$\mathbf{w}_m^{OPT} = -(\mathbf{M}^T \mathbf{R}_{xx} \mathbf{M})^{-1} \mathbf{M}^T \mathbf{C}\boldsymbol{\lambda} \quad (3.51)$$

Como (3.51) deve satisfazer às restrições em (3.48), ou seja $\mathbf{C}^T \mathbf{M}\mathbf{w}_m^{OPT} = \mathbf{f}$, obtém-se que

$$\boldsymbol{\lambda} = -[\mathbf{C}^T \mathbf{M}(\mathbf{M}^T \mathbf{R}_{xx}^{-1} \mathbf{M})^{-1} \mathbf{M}^T \mathbf{C}]^{-1} \mathbf{f} \quad (3.52)$$

Desta forma, ao se combinar as duas equações anteriores, chega-se a

$$\mathbf{w}_m^{OPT} = \mathbf{M}^{-1} \left\{ \mathbf{R}_{xx}^{-1} \mathbf{C} [\mathbf{C}^T \mathbf{R}_{xx}^{-1} \mathbf{C}]^{-1} \mathbf{f} \right\} \quad (3.53)$$

Esse resultado é bastante interessante, uma vez que revela o fato de que ao se introduzir a matriz de transformação Multi-Split \mathbf{M} , a resposta ótima do conformador é dada pela resposta ótima obtida no capítulo anterior (Equação (2.30)) pré-multiplicada por \mathbf{M}^{-1} . Em outras palavras, o conformador ótimo da estrutura na Figura 3.9 corresponde ao conformador ótimo LCMV transformado. Lembre-se que $\mathbf{M}^{-1} = \frac{1}{LN} \mathbf{M}^T$.

Passa-se, neste momento, a desenvolver a versão MS do Algoritmo CLMS proposto por Frost. O conformador em uma abordagem adaptativa pode ser visto na figura seguinte.

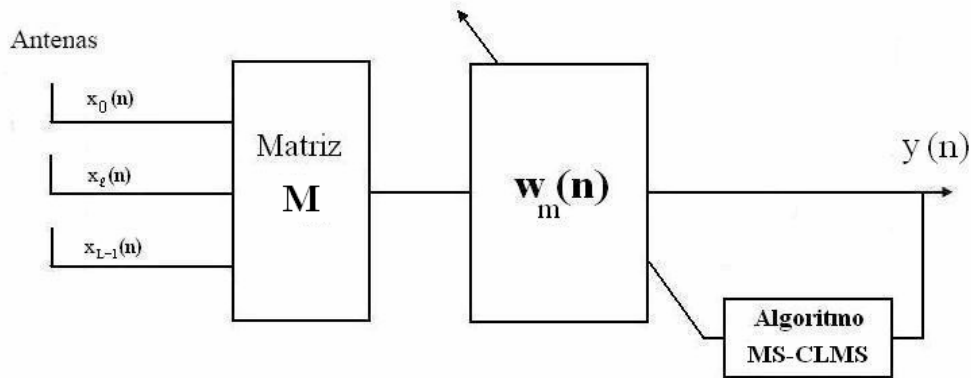


Figura 3.10 – O Conformador MS-LCMV Adaptativo

Pelo método do gradiente, o vetor de coeficientes é atualizado segundo a equação recursiva

$$\mathbf{w}_m(n+1) = \mathbf{w}_m(n) - \mu \nabla \mathfrak{J}(\mathbf{w}_m(n)) \quad (3.54)$$

Tomando o gradiente da função custo em (3.49), obtém-se que

$$\frac{\delta \mathfrak{J}(\mathbf{w})}{\delta \mathbf{w}} = \mathbf{M}^T \mathbf{R}_{xx} \mathbf{M} \mathbf{w}_m(n) + \mathbf{M}^T \mathbf{C} \boldsymbol{\lambda} \quad (3.55)$$

e aplicando-o na Equação (3.54), tem-se que

$$\mathbf{w}_m(n+1) = \mathbf{w}_m(n) - \mu \mathbf{M}^T \mathbf{R}_{xx} \mathbf{M} \mathbf{w}_m(n) + \mu \mathbf{M}^T \mathbf{C} \boldsymbol{\lambda} \quad (3.56)$$

Esta última equação deve satisfazer às restrições lineares em (3.48), logo:

$$\mathbf{C}^T \mathbf{M} \mathbf{w}_m(n+1) = \mathbf{C}^T \mathbf{M} \mathbf{w}_m(n) - \mu \mathbf{C}^T \mathbf{M} \mathbf{M}^T \mathbf{R}_{xx} \mathbf{M} \mathbf{w}_m(n) + \mu \mathbf{C}^T \mathbf{M} \mathbf{M}^T \mathbf{C} \boldsymbol{\lambda} = \mathbf{f} \quad (3.57)$$

e o vetor de multiplicadores de Lagrange é dado por

$$\boldsymbol{\lambda} = \frac{1}{\mu} \left[\mathbf{C}^T \mathbf{M} \mathbf{M}^T \mathbf{C} \right]^{-1} \left[\mathbf{C}^T \mathbf{M} \mathbf{w}_m(n) - \mu \mathbf{C}^T \mathbf{M} \mathbf{M}^T \mathbf{R}_{xx} \mathbf{M} \mathbf{w}_m(n) - \mathbf{f} \right] \quad (3.58)$$

Utilizando-se (3.58) em (3.56), juntamente com a equação $\mathbf{M}^{-1} = \frac{1}{LN} \mathbf{M}^T$, obtém-se:

$$\begin{aligned} \mathbf{w}_m(n+1) = & \mathbf{w}_m(n) - \mu \mathbf{M}^T \mathbf{R}_{xx} \mathbf{M} \mathbf{w}_m(n) + \mathbf{M}^{-1} \mathbf{C} [\mathbf{C}^T \mathbf{C}]^{-1} \mathbf{C}^T \mathbf{M} \mathbf{w}_m(n) + \\ & + \mu \mathbf{M}^{-1} \mathbf{C} [\mathbf{C}^T \mathbf{C}]^{-1} \mathbf{C}^T \mathbf{M} \mathbf{M}^T \mathbf{R}_{xx} \mathbf{M} \mathbf{w}_m(n) + \mathbf{M}^{-1} \mathbf{C} [\mathbf{C}^T \mathbf{C}]^{-1} \mathbf{f} \end{aligned} \quad (3.59)$$

Agrupando termos semelhantes na equação anterior resulta em

$$\begin{aligned} \mathbf{w}_m(n+1) = & \mathbf{M}^{-1} \mathbf{P} \mathbf{M} \mathbf{w}_m(n) - \mu \mathbf{M}^{-1} \mathbf{P} \mathbf{M} \mathbf{M}^T \mathbf{R}_{xx} \mathbf{M} \mathbf{w}_m(n) + \mathbf{M}^{-1} \mathbf{C} [\mathbf{C}^T \mathbf{C}]^{-1} \mathbf{f} \\ = & \mathbf{M}^{-1} \mathbf{P} \mathbf{M} [\mathbf{w}_m(n) - \mu \mathbf{M}^T \mathbf{R}_{xx} \mathbf{M} \mathbf{w}_m(n)] + \mathbf{M}^{-1} \mathbf{q} \end{aligned} \quad (3.60)$$

Fazendo-se a estimação temporal da matriz de autocorrelação $\mathbf{R}_{xx} = \mathbf{x}(n+1)\mathbf{x}^T(n+1)$, chega-se a:

$$\begin{aligned} \mathbf{w}_m(n+1) = & \mathbf{M}^{-1} \mathbf{P} \mathbf{M} \left[\mathbf{w}_m(n) - \mu \underbrace{\mathbf{M}^T \mathbf{x}(n+1)}_{\mathbf{x}_m(n+1)} \underbrace{\mathbf{x}^T(n+1) \mathbf{M} \mathbf{w}_m(n)}_{y(n+1)} \right] + \mathbf{M}^{-1} \mathbf{q} \\ = & \mathbf{M}^{-1} \mathbf{P} \mathbf{M} [\mathbf{w}_m(n) - \mu \mathbf{x}_m(n+1) y(n+1)] + \mathbf{M}^{-1} \mathbf{q} \end{aligned} \quad (3.61)$$

Finalmente, pode-se reescrever a equação de atualização dos coeficientes como

$$\begin{aligned} \mathbf{w}_m(n+1) = & \mathbf{M}^{-1} \left\{ \mathbf{P} [\mathbf{M} \mathbf{w}_m(n) - \mu \mathbf{M} \mathbf{x}_m(n+1) y(n+1)] + \mathbf{q} \right\} \\ = & \underbrace{\mathbf{M}^{-1} \left\{ \mathbf{P} [\mathbf{w}(n) - \mu \mathbf{M} \mathbf{x}(n+1) y(n+1)] + \mathbf{q} \right\}}_{\text{Algoritmo de Frost}} \end{aligned} \quad (3.62)$$

Comparando as Equações (3.62) e (3.1), observa-se que o algoritmo obtido acima corresponde ao Algoritmo de Frost transformado. Isto vale dizer que todas as propriedades de robustez do Algoritmo CLMS são mantidas e que, ainda, cada coeficiente do conformador pode ser independentemente atualizado através de um passo de adaptação variável e normalizado na potência, a fim de se aumentar a taxa de convergência. Pode-se assim dizer que a Equação (3.62) descreve o que pode ser chamado de Algoritmo MS-CLMS. No entanto, o algoritmo é implementado segundo a Equação (3.60), e se encontra descrito na Tabela 3.2.

Tabela 3.2 – Algoritmo MS-CLMS para o Conformador LCMV

▪ **Inicialização:**

Passo de adaptação: $0 < \mu < \frac{1}{2^P \lambda_{\max}}$

Fator de esquecimento: $0 < \gamma < 1$

Para $i = 0, 1, \dots, LN-1$ Fazer $w_{\perp i}(0) = 0$ e $\tilde{\lambda}_i(0) = 0$

Iniciar \mathbf{M}_{LN} segundo equação (3.43), com $\mathbf{M}_1 = 1$

▪ **Atualização**

a) Transformada linear

$$\mathbf{x}_{\perp}(n) = \mathbf{P}_M \mathbf{x}(n), \text{ com } \mathbf{P}_M = \frac{1}{LN} \mathbf{M}^T \mathbf{P} \mathbf{M}$$

Para $n = 1, 2, 3, \dots$ calcular:

b) Algoritmo CLMS Normalizado

$$y(n) = \mathbf{w}_m^T(n) \mathbf{x}_{\perp}(n)$$

Para $i = 0, 1, \dots, LN-1$ calcular:

$$\tilde{\lambda}_i(n) = \gamma \tilde{\lambda}_i(n-1) + \frac{1}{n} (x_{\perp i}^2(n) - \gamma \tilde{\lambda}_i(n-1))$$

$$w_{mi}(n) = w_{mi}(n-1) + \frac{\mu}{\tilde{\lambda}_i(n)} x_{\perp i}(n) y(n)$$

c) Finalmente

$$\mathbf{w}_m(n) = \mathbf{P}_M \mathbf{w}_m(n) + \mathbf{q}_M, \text{ com } \mathbf{q}_M = \frac{1}{LN} \mathbf{M}^T \mathbf{q}$$

A seguir aborda-se a utilização da transformada MS para o Conformador GSC.

3.5 - O Conformador Multi-Split GSC

A representação do Conformador LCMV através da estrutura GSC foi vista no capítulo anterior. Foi possível constatar que a estrutura GSC cria um sinal de comparação através do filtro quiescente \mathbf{w}_q e usa uma matriz de bloqueio de sinal para otimizar o filtro de forma irrestrita. A inclusão da transformada MS neste caso pode ser feita logo após o bloco referente à matriz de bloqueio, como mostrado na figura a seguir.

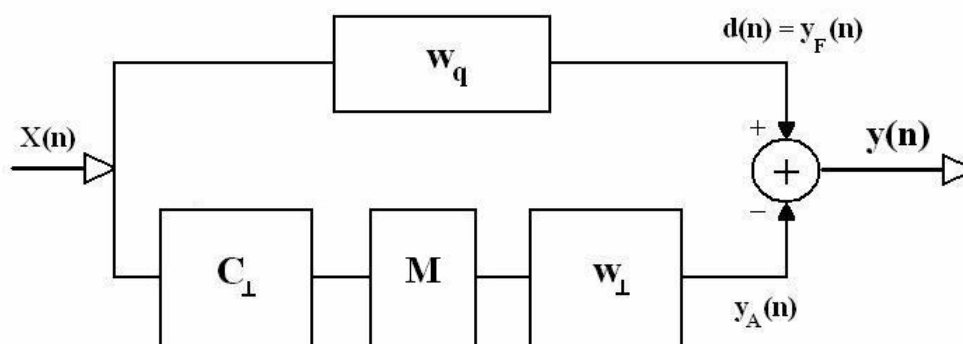


Figura 3.11 – O Conformador MS-GSC

Observa-se na figura anterior que a matriz de transformação Multi-Split \mathbf{M} gera um novo bloco de processamento. No entanto, a matriz \mathbf{M} pode ser incorporada à matriz de bloqueio de sinal \mathbf{C}_\perp de maneira a se obter apenas um bloco de processamento (Figura 3.12), representado por $\mathbf{C}_{\perp M} = \mathbf{C}_\perp \mathbf{M}$. Vê-se, assim, que neste caso a utilização da transformada MS não acrescenta qualquer esforço computacional.

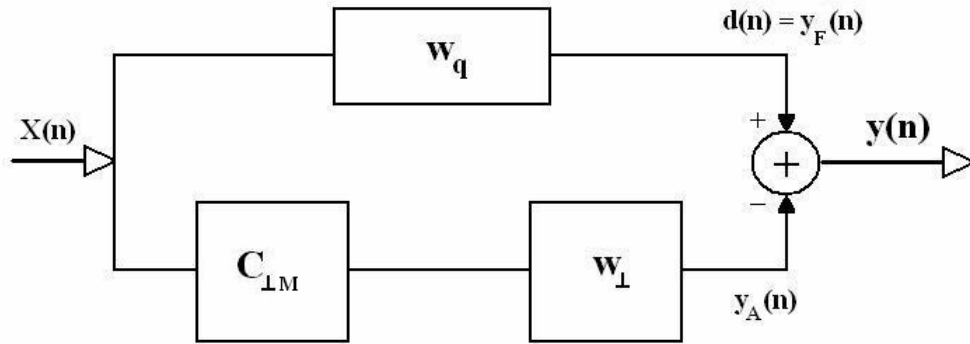


Figura 3.12 – Conformador MS-GSC com matriz de bloqueio transformada

Remodelando o problema de otimização referente à estrutura GSC, de maneira a se introduzir a transformação MS, resulta em

$$\text{Minimizar}_{\mathbf{w}_{\perp}} \quad \frac{1}{2}(\mathbf{w}_q - \mathbf{M}\mathbf{w}_{\perp})^T \mathbf{R}_{xx}(\mathbf{w}_q - \mathbf{M}\mathbf{w}_{\perp}) \quad (3.63)$$

A função custo é dada por

$$\mathfrak{J}(\mathbf{w}_{\perp}) = \frac{1}{2}\mathbf{w}_q^T \mathbf{R}_{xx} \mathbf{w}_q - (\mathbf{C}_{\perp} \mathbf{M} \mathbf{w}_{\perp})^T \mathbf{R}_{xx} \mathbf{w}_q + \frac{1}{2}(\mathbf{C}_{\perp} \mathbf{M} \mathbf{w}_{\perp})^T \mathbf{R}_{xx} (\mathbf{C}_{\perp} \mathbf{M} \mathbf{w}_{\perp}) \quad (3.64)$$

Tomando a derivada da função custo em relação ao vetor \mathbf{w}_{\perp} e igualando-a ao vetor nulo, tem-se que:

$$\frac{\delta \mathfrak{J}(\mathbf{w}_{\perp})}{\delta \mathbf{w}_{\perp}} = -(\mathbf{C}_{\perp} \mathbf{M})^T \mathbf{R}_{xx} \mathbf{w}_q + (\mathbf{C}_{\perp} \mathbf{M})^T \mathbf{R}_{xx} (\mathbf{C}_{\perp} \mathbf{M}) \mathbf{w}_{\perp} = 0 \quad (3.65)$$

Já o filtro ótimo que satisfaz a Equação (3.63) é dado por:

$$\mathbf{w}_{\perp_{OPT}} = \mathbf{M}^{-1} \left(\mathbf{C}_{\perp}^T \mathbf{R}_{xx} \mathbf{C}_{\perp} \right)^{-1} \mathbf{C}_{\perp}^T \mathbf{R}_{xx} \mathbf{w}_q \quad (3.66)$$

Novamente aqui, pode-se observar que o filtro ótimo com a transformação MS é muito parecido com o filtro ótimo obtido previamente no capítulo anterior (Equação (2.33)). Nota-se que há apenas a pré-multiplicação pela matriz \mathbf{M}^{-1} . Ou seja, o filtro ótimo do MS-GSC é o filtro ótimo GSC transformado.

Logo, no contexto adaptativo, os coeficientes podem também ser atualizados de forma independente, utilizando-se um passo de adaptação variável e normalizado na potência. O esquema do Conformador Adaptativo GSC controlado pelo Algoritmo MS-LMS pode ser visualizado na figura seguinte. Já o Algoritmo MS-GSC-LMS encontra-se descrito na Tabela 3.3.

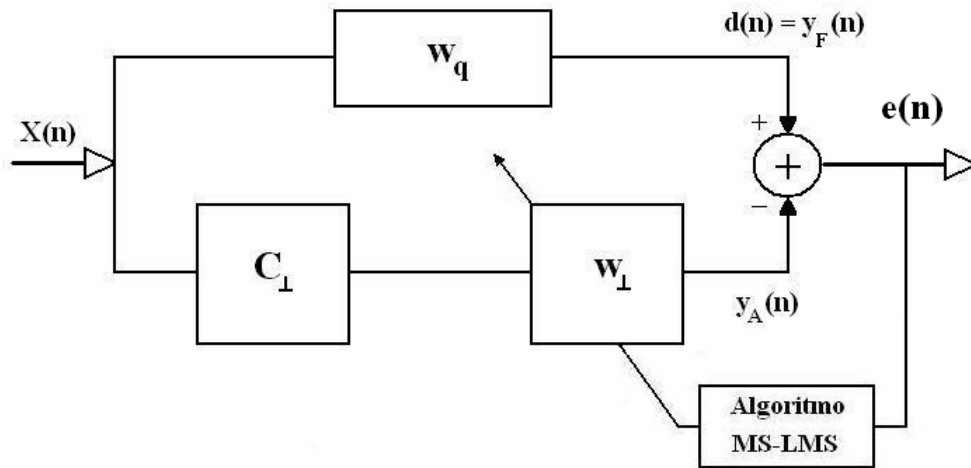


Figura 3.13 - Estrutura Multi-Split GSC Adaptativa

Tabela 3.3 – Algoritmo MS-LMS para o Conformador GSC

▪ **Inicialização:**

Passo de adaptação: $0 < \mu < \frac{1}{2^p \lambda_{\max}}$

Fator de esquecimento: $0 < \gamma < 1$

Para $i = 0, 1, \dots, LN-1$ Fazer $w_{\perp i}(0) = 0$ e $\tilde{\lambda}_i(0) = 0$

Iniciar \mathbf{M}_N segundo equação (3.43), com $\mathbf{M}_1 = 1$

▪ **Atualização**

d) Transformada linear

$$\mathbf{x}_{\perp}(n) = \mathbf{C}_{\perp M} \mathbf{x}(n), \text{ com } \mathbf{C}_{\perp M} = \mathbf{C}_{\perp} \mathbf{M}$$

Para $n = 1, 2, 3, \dots$ calcular:

e) Algoritmo LMS Normalizado

$$y(n) = \mathbf{w}_{\perp}^T(n) \mathbf{x}_{\perp}(n)$$

Para $i = 0, 1, \dots, LN-1$ calcular:

$$\tilde{\lambda}_i(n) = \gamma \tilde{\lambda}_i(n-1) + \frac{1}{n} (x_{\perp i}^2(n) - \gamma \tilde{\lambda}_i(n-1))$$

$$w_{\perp i}(n) = w_{\perp i}(n-1) + \frac{\mu}{\tilde{\lambda}_i(n)} x_{\perp i}(n) y(n)$$

A seguir, é desenvolvido um estudo sobre a matriz de autocorrelação dos dados de entrada do arranjo de antenas, com o objetivo de identificar algumas de suas propriedades.

3.6 - Estudo das propriedades da matriz de autocorrelação para sinais típicos da aplicação

A esta altura, é interessante expor as propriedades da matriz de autocorrelação dos dados de entrada de maneira a possibilitar um melhor entendimento das melhorias trazidas pela Transformada Multi-Split. Até então, a matriz de autocorrelação não havia sido explorada, mas apenas mencionada nas deduções dos critérios de minimização da função custo utilizada no Capítulo 2.

Para um arranjo de antenas linear e sinais reais, o formato genérico da matriz de autocorrelação dos dados de entrada $\mathbf{R} = E\{\mathbf{x}(n)\mathbf{x}^T(n)\}$ é dado pela seguinte equação:

$$\mathbf{R} = \begin{bmatrix} \begin{matrix} r(0,0) & r(0,1) & \dots & r(0,L-1) \\ r(0,-1) & r(0,0) & \dots & r(0,L-2) \\ r(0,-2) & r(0,-1) & \dots & r(0,L-3) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ r(0,-L+1) & r(0,-L+2) & \dots & r(0,0) \end{matrix} & \begin{matrix} r(1,0) & r(1,1) & \dots & r(1,L-1) \\ r(1,-1) & r(1,0) & \dots & r(1,L-2) \\ r(1,-2) & r(1,-1) & \dots & r(1,L-3) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ r(1,-L+1) & r(1,-L+2) & \dots & r(1,0) \end{matrix} & \dots & \begin{matrix} r(N-1,0) & r(N-1,1) & \dots & r(N-1,L-1) \\ r(N-1,-1) & r(N-1,0) & \dots & r(N-1,L-2) \\ r(N-1,-2) & r(N-1,-1) & \dots & r(N-1,L-3) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ r(N-1,-L+1) & r(N-1,-L+2) & \dots & r(N-1,0) \end{matrix} \\ \hline \begin{matrix} r(-1,0) & r(-1,1) & \dots & r(-1,L-1) \\ r(-1,-1) & r(-1,0) & \dots & r(-1,L-2) \\ r(-1,-2) & r(-1,-1) & \dots & r(-1,L-3) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ r(-1,-L+1) & r(-1,-L+2) & \dots & r(-1,0) \end{matrix} & \begin{matrix} r(0,0) & r(0,1) & \dots & r(0,L-1) \\ r(0,-1) & r(0,0) & \dots & r(0,L-2) \\ r(0,-2) & r(0,-1) & \dots & r(0,L-3) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ r(0,-L+1) & r(0,-L+2) & \dots & r(0,0) \end{matrix} & \dots & \begin{matrix} r(N-2,0) & r(N-2,1) & \dots & r(N-2,L-1) \\ r(N-2,-1) & r(N-2,0) & \dots & r(N-2,L-2) \\ r(N-2,-2) & r(N-2,-1) & \dots & r(N-2,L-3) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ r(N-2,-L+1) & r(N-2,-L+2) & \dots & r(N-2,0) \end{matrix} \\ \hline \begin{matrix} r(-2,0) & r(-2,1) & \dots & r(-2,L-1) \\ r(-2,-1) & r(-2,0) & \dots & r(-2,L-2) \\ r(-2,-2) & r(-2,-1) & \dots & r(-2,L-3) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ r(-2,-L+1) & r(-2,-L+2) & \dots & r(-2,0) \end{matrix} & \begin{matrix} r(-1,0) & r(-1,1) & \dots & r(-1,L-1) \\ r(-1,-1) & r(-1,0) & \dots & r(-1,L-2) \\ r(-1,-2) & r(-1,-1) & \dots & r(-1,L-3) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ r(-1,-L+1) & r(-1,-L+2) & \dots & r(-1,0) \end{matrix} & \dots & \begin{matrix} r(N-3,0) & r(N-3,1) & \dots & r(N-3,L-1) \\ r(N-3,-1) & r(N-3,0) & \dots & r(N-3,L-2) \\ r(N-3,-2) & r(N-3,-1) & \dots & r(N-3,L-3) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ r(N-3,-L+1) & r(N-3,-L+2) & \dots & r(N-3,0) \end{matrix} \\ \hline \begin{matrix} r(-N+1,0) & r(-N+1,1) & \dots & r(-N+1,L-1) \\ r(-N+1,-1) & r(-N+1,0) & \dots & r(-N+1,L-2) \\ r(-N+1,-2) & r(-N+1,-1) & \dots & r(-N+1,L-3) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ r(-N+1,-L+1) & r(-N+1,-L+2) & \dots & r(-N+1,0) \end{matrix} & \begin{matrix} r(-N+2,0) & r(-N+2,1) & \dots & r(-N+2,L-1) \\ r(-N+2,-1) & r(-N+2,0) & \dots & r(-N+2,L-2) \\ r(-N+2,-2) & r(-N+2,-1) & \dots & r(-N+2,L-3) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ r(-N+2,-L+1) & r(-N+2,-L+2) & \dots & r(-N+2,0) \end{matrix} & \dots & \begin{matrix} r(0,0) & r(0,1) & \dots & r(0,L-1) \\ r(0,-1) & r(0,0) & \dots & r(0,L-2) \\ r(0,-2) & r(0,-1) & \dots & r(0,L-3) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ r(0,-L+1) & r(0,-L+2) & \dots & r(0,0) \end{matrix} \end{bmatrix} \quad (3.67)$$

onde

$$\mathbf{x}(n) = [x_1(n), x_2(n), \dots, x_L(n), \dots, x_1(n-N+1), x_2(n-N+1), \dots, x_L(n-N+1)] \quad (3.68)$$

é o vetor de LN amostras contidas no Conformador LCMV, sendo L o número de sensores e N o número de coeficientes de cada filtro na saída dos sensores. A função de autocorrelação de um processo aleatório incidindo sobre o arranjo de antenas é expressa por:

$$r_{x_{i,k}}(n, l, n - \tau, l - \gamma) = E\{x_{i,k}(n, l)x_{i,k}(n - \tau, l - \gamma)\} \quad (3.69)$$

onde τ e γ são atrasos no tempo relativos às amostragens temporal e espacial, respectivamente.

Observando-se a Equação (3.67), é possível notar que a matriz de autocorrelação dos dados de entrada é Toeplitz por blocos, sendo que cada um dos blocos que a compõe também é Toeplitz. Foi comprovado que os únicos blocos que se mostram Toeplitz e simétricos são os blocos presentes na diagonal principal de blocos. Os demais blocos não têm a propriedade de simetria. Ainda assim, a matriz \mathbf{R} como um todo apresenta a propriedade de simetria. A matriz de autocorrelação mostrada na Equação (3.67) é composta por diversas outras matrizes de autocorrelação, sendo estas chamadas de blocos (mencionados anteriormente). Tais matrizes, ou blocos, representam as correlações de amostras em termos de sensores (variação dentro de cada bloco) e em termos de atrasos presentes nas linhas de retardo dos filtros FIR (variação entre blocos).

Diz-se que uma matriz quadrada \mathbf{A} é Toeplitz se a mesma possui elementos iguais na diagonal principal e em cada diagonal paralela à diagonal principal [3]. Por exemplo, uma matriz Toeplitz \mathbf{A} é representada da seguinte forma:

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} a_0 & a_{-1} & a_{-2} & \dots & \dots & a_{-N+1} \\ a_1 & a_0 & a_{-1} & \ddots & & \vdots \\ a_2 & a_1 & \ddots & \ddots & \ddots & \vdots \\ \vdots & \ddots & \ddots & \ddots & a_{-1} & a_{-2} \\ \vdots & & \ddots & a_1 & a_0 & a_{-1} \\ a_{N-1} & \dots & \dots & a_2 & a_1 & a_0 \end{bmatrix} \quad (3.70)$$

Em outras palavras, pode-se dizer que \mathbf{A} é Toeplitz se a seguinte condição for satisfeita:

$$\mathbf{A}_{i,j} = a_{i-j} \quad (3.71)$$

Com o intuito de evidenciar os efeitos da transformação Split na matriz de autocorrelação \mathbf{R} , particulariza-se o sinal que incide nos sensores do conformador utilizando-se sinais

sinusoidais. Desta forma, seja $x_{i,k}(n,l) = A_{ik} \cos[2\pi f_i(n-l \cdot \text{sen}(\theta_k)) + \varphi_i]$ o valor da amostra no instante n e no sensor l de uma onda sinusoidal incidindo sobre o arranjo de antenas, com amplitude de pico A_{ik} , frequência fundamental f_i , ângulo de incidência θ_k e ângulo de fase inicial φ_i , sendo φ_i uma variável aleatória uniformemente distribuída no intervalo $(-\pi \ \pi]$.

Logo:

$$\begin{aligned} r_{x_{i,k}}(n,l,n-\tau,l-\gamma) &= E\{x_{i,k}(n,l)x_{i,k}(n-\tau,l-\gamma)\} \\ &= \frac{A_{ik}^2}{2} \cos[2\pi f_i(\tau + \gamma \text{sen}(\theta_k))] \\ &= r_{x_{i,k}}(\tau, \gamma) \end{aligned} \quad (3.72)$$

Considerando, agora, uma soma de ondas sinusoidais de diferentes frequências e ângulos de chegada, tal que:

$$\begin{aligned} x(n,l) &= \sum_{i=1}^I \sum_{k=1}^K x_{i,k}(n,l) \\ &= \sum_{i=1}^I \sum_{k=1}^K A_{ik} \cos[2\pi f_i(n-l \cdot \text{sen}(\theta_k)) + \varphi_i] \end{aligned} \quad (3.73)$$

e obtém-se que:

$$\begin{aligned} r_x(n,l,n-\tau,l-\gamma) &= \sum_{i=1}^I \sum_{k=1}^K \frac{A_{ik}^2}{2} \cos[2\pi f_i(\tau + \gamma \text{sen}(\theta_k))] \\ &= r_x(\tau, \gamma) \end{aligned} \quad (3.74)$$

A fim de exemplificar a aplicação da transformação Multi-split, considera-se o caso de um conformador com dois sensores ($L = 2$) e apenas um coeficiente na saída de cada sensor ($N = 1$). Este caso corresponde à filtragem puramente espacial, utilizada em conformadores de feixe para sinais de banda estreita. A matriz de autocorrelação dos dados de entrada é dada por:

$$\mathbf{R}_2 = \begin{bmatrix} r_0 & r_1 \\ r_1 & r_0 \end{bmatrix} \quad (3.75)$$

onde $r_\gamma = r(\gamma) = r(l, l - \gamma) = E\{x_{i,k}(l)x_{i,k}(l - \gamma)\}$ para um sinal estacionário no sentido amplo.

A matriz de autocorrelação transformada é dada por:

$$\begin{aligned}\mathbf{R}_M &= \mathbf{M}^T \mathbf{R} \mathbf{M} = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} r_0 & r_1 \\ r_1 & r_0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix} \\ &= 2 \begin{bmatrix} r_0 + r_1 & 0 \\ 0 & r_0 - r_1 \end{bmatrix}\end{aligned}\quad (3.76)$$

Apenas neste caso particular, pode-se perceber que a matriz \mathbf{R}_M torna-se uma matriz diagonal. O fator de diagonalização é infinito ($\delta_d = \infty$) e a matriz Multi-split representa uma transformação de similaridade unitária.

Considerando-se agora o caso $L = 2$ e $N = 2$, tem-se que a matriz de autocorrelação possui o seguinte formato:

$$\mathbf{R} = \begin{bmatrix} r_{0,0} & r_{0,1} & r_{1,0} & r_{1,1} \\ r_{0,1} & r_{0,0} & r_{1,-1} & r_{1,0} \\ r_{1,0} & r_{1,-1} & r_{0,0} & r_{0,1} \\ r_{1,1} & r_{1,0} & r_{0,1} & r_{0,0} \end{bmatrix}\quad (3.77)$$

onde $r_{\tau,\gamma} = E\{x_{i,k}(n, l)x_{i,k}(n - \tau, l - \gamma)\}$.

Neste caso, existem apenas dois estágios de transformação Split da matriz de autocorrelação do conformador de feixe: o primeiro nível de Split e o nível Multi-split. O primeiro nível de transformação Split [1,8] é mostrado na equação a seguir:

$$\begin{aligned}\mathbf{R}_{1s} &= \mathbf{T}_1^T \mathbf{R} \mathbf{T}_1 = \\ &= 2 \begin{bmatrix} (r_{0,0} + r_{1,1}) & (r_{0,1} + r_{1,0}) & 0 & 0 \\ (r_{0,1} + r_{1,0}) & (r_{0,0} + r_{1,-1}) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & (r_{0,0} - r_{1,-1}) & (r_{0,1} - r_{1,0}) \\ 0 & 0 & (r_{0,1} - r_{1,0}) & (r_{0,0} - r_{1,1}) \end{bmatrix},\end{aligned}\quad (3.78)$$

onde

$$\mathbf{T}_1 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & -1 \end{bmatrix} \quad (3.79)$$

É possível notar que a matriz de autocorrelação transformada já assume um formato diagonal por blocos, fato que já contribui para a melhoria da estimação de autovalores para aprimorar a velocidade de convergência do Algoritmo MS-LMS. Já a matriz de autocorrelação transformada de acordo com o nível Multi-split é dada por:

$$\mathbf{R}_M = \mathbf{M}^T \mathbf{R} \mathbf{M} =$$

$$= 2 \begin{bmatrix} (2r_{0,0} + 2r_{0,1} + 2r_{1,0} + r_{1,1} + r_{1,-1}) & (r_{1,1} - r_{1,-1}) & 0 & 0 \\ (r_{1,1} - r_{1,-1}) & (2r_{0,0} - 2r_{0,1} - 2r_{1,0} + r_{1,1} + r_{1,-1}) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & (2r_{0,0} + 2r_{0,1} - 2r_{1,0} - r_{1,1} - r_{1,-1}) & (r_{1,1} - r_{1,-1}) \\ 0 & 0 & (r_{1,1} - r_{1,-1}) & (2r_{0,0} - 2r_{0,1} + 2r_{1,0} - r_{1,1} - r_{1,-1}) \end{bmatrix} \quad (3.80)$$

Ao se comparar as duas equações anteriores é possível perceber que o primeiro nível de transformação Split e o nível Multi-split resultam em matrizes de autocorrelação distintas entre si. Observando apenas estas equações, não é possível dizer que o nível de transformação Multi-split apresenta fator de diagonalização superior em relação ao primeiro nível de Split. A comparação do fator de diagonalização para essas duas equações anteriores seria inconclusivo, uma vez que este fator apresenta um formato algébrico irreduzível. No entanto, é possível fazer esta comparação em ambiente de simulação. A avaliação desta comparação é apresentada no capítulo de simulações, considerando mais níveis de transformação Split.

3.7 - Conclusões do capítulo

Neste capítulo foram revistas as versões restritas dos Algoritmos Adaptativos LMS e RLS bem como os conceitos sobre filtragem Multi-Split. Em seguida, foram apresentados os Conformadores MS-LCMV e MS-GSC ótimos, juntamente com suas versões para filtragem adaptável. A verificação de desempenho destes conformadores constitui a

proposta desta dissertação de mestrado. Ainda neste capítulo, foram mostrados alguns conceitos e propriedades sobre a matriz de autocorrelação dos dados que incidem sobre o arranjo de antenas, com o objetivo de se evidenciar as melhorias trazidas pela Transformação Multi-split.

Com os conformadores adaptáveis em mãos, algumas figuras de mérito podem ser analisadas em ambiente de simulação para testar a eficiência do Algoritmo MS-LMS durante a evolução temporal. O capítulo seguinte visa explorar o desempenho deste algoritmo.

4 - Resultados de Simulação

No decorrer deste capítulo, os Conformadores Adaptáveis de Filtragem Banda Larga LCMV e GSC, controlados pelo Algoritmo MS-LMS, terão seus desempenhos avaliados em termos de algumas figuras de mérito. Inicialmente, é introduzida a ferramenta de simulação utilizada – o MATLAB, que possui uma gama enorme de recursos, possibilitando recriar os sistemas de comunicação estudados e implementar os algoritmos adaptativos que os controlam. Em seguida, são especificados os ambientes de simulação para cada estrutura, caracterizados pelo número de fontes de interesse e interferentes, quantidades de sinais sinusoidais para cada fonte, potências das fontes, faixa de frequência que estas ocupam e também as suas respectivas direções de chegada (DOA). Ainda são especificadas as relações sinal-ruído (SNR) utilizadas na simulação de cada estrutura adaptativa. Com os sistemas parametrizados, são realizados os testes de desempenho das estruturas LCMV e GSC adaptáveis, mantendo o foco sobre o Algoritmo MS-LMS. Os Algoritmos LMS e RLS foram utilizados apenas para fins de comparação. Posteriormente, é verificada a contribuição trazida pelo processamento MS na melhoria do fator de diagonalização da matriz de autocorrelação dos sinais de entrada. Finalmente, a carga computacional dos algoritmos é discutida. A avaliação da carga computacional permite classificar os algoritmos segundo a praticidade de implementação em *hardware*, critério este que leva em conta o número de operações matemáticas que devem ser realizadas no intervalo entre duas amostras.

Uma interface gráfica foi desenvolvida para facilitar o processo de simulação (Figura 4.1). Através desta interface é possível controlar todos os parâmetros de simulação, como a geração das fontes, a seleção da estrutura, o número de iterações e realizações do processo, a geração de restrições autovetoriais e a geração do padrão de irradiação do conformador. Seu emprego visa também motivar os leitores a utilizar o aplicativo GUIDE do MATLAB, a fim de acelerar todo o processo de simulação.

Os sinais banda larga que incidem sobre os arranjos foram modelados através de soma de sinais sinusoidais (portadoras). Cada portadora ω_h , $h = 1, \dots, H$, possui fase inicial aleatória φ , seguindo uma distribuição de probabilidade uniforme. Um ruído branco, com

distribuição Gaussiana, é adicionado na saída de cada sensor. Foi adotada uma potência de ruído de -30 dB. As frequências foram todas normalizadas em termos da frequência de amostragem, para facilidade de visualização. Desta forma, a máxima componente de frequência presente no sistema é $f_{\max} = 0,5$, respeitando-se, assim, o Critério de Nyquist. O número de sinusóides compondo uma fonte de sinal banda larga, seja de interesse ou interferente, foi dez.

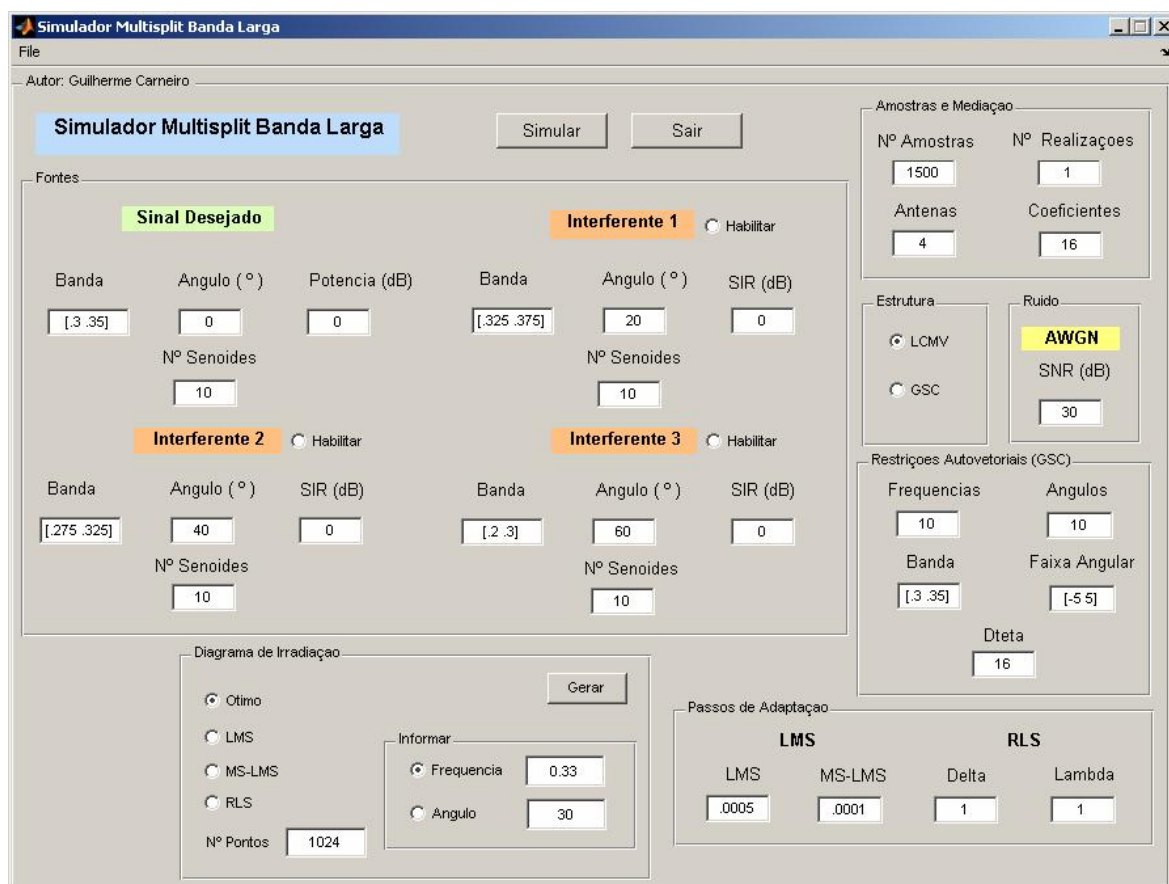


Figura 4.1 – Interface gráfica integradora de parâmetros

O espaçamento entre sensores do arranjo linear foi considerado como metade do comprimento de onda λ do sinal de maior frequência presente no sistema, ou seja

$$d = \lambda/2.$$

4.1 - Análise de desempenho do Algoritmo MS-CLMS na estrutura LCMV

Para o Conformador LCMV, foi considerado um ambiente composto por duas fontes de sinal ($I = 2$), sendo uma de interesse e a outra interferente. A Tabela 4.1 exibe as características das fontes de sinal. A expressão analítica para cada fonte de sinal é dada por

$x(n) = \sum_{h=1}^H A_h \cos(j2\pi f_h n + \varphi_h)$, onde f_h representa a frequência normalizada em relação à frequência de amostragem.

Tabela 4.1 – Características das fontes – Conformador LCMV.

Fonte	Direção de Chegada	Potência	Número de frequências	Banda (Normalizada)
Desejada	0°	0 dB	10	[0,30 0,35]
Interferência I	30°	0 dB	10	[0,325 0,375]
Ruído Branco	---	-30 dB	---	---

O arranjo/conformador é composto de 4 antenas e 4 filtros FIR de 19 coeficientes. Um número total de $D_\theta = 12$ restrições autovetoriais foi utilizado para preservar o sinal de interesse na minimização da potência do sinal de saída do conformador. O comprimento do filtro é $(LN - D_\theta) = 64$, simplificando as transformações Split através do uso de potência de dois.

Para verificar a eficiência da transformação MS, comparam-se os desempenhos dos Algoritmos MS-CLMS, CLMS e CRLS pelas curvas de convergência da potência do sinal de saída do conformador (Figura 4.2). A potência a cada instante de tempo n é obtida, por exemplo, para o Algoritmo MS-LMS, por $P(n) = (\mathbf{M}\mathbf{w}_m(n))^T \mathbf{R} (\mathbf{M}\mathbf{w}_m(n))$. Leva-se em conta a matriz de autocorrelação do sinal de entrada, a fim de se obter uma mediação no conjunto e, conseqüentemente, curvas mais bem comportadas. Na Figura 4.2, encontram-se também traçadas as curvas de evolução da potência instantânea, $y^2(n)$ (mediação de 800 realizações independentes).

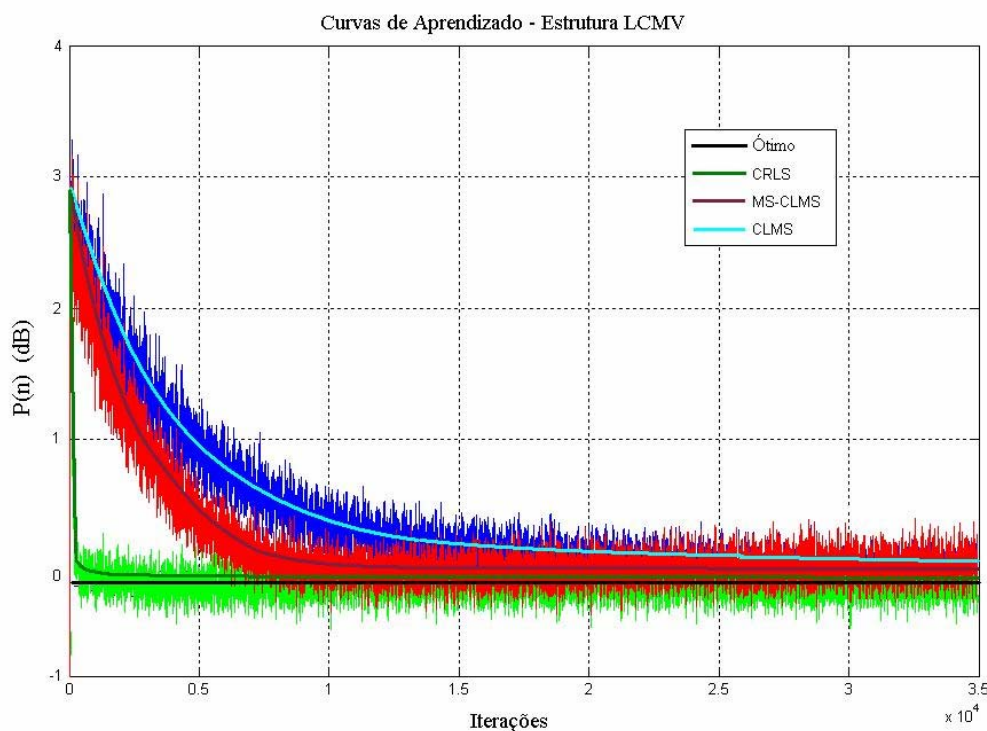


Figura 4.2 – Comparativo de potência de saída para Conformador LCMV

Analisando a Figura 4.2, pode-se perceber o ganho de velocidade de convergência do Algoritmo MS-CLMS em comparação com o Algoritmo CLMS, fato que é consequência do aumento do fator de diagonalização da matriz de autocorrelação transformada. Com este aumento do fator de diagonalização, obtém-se uma melhor estimação dos autovalores da matriz de autocorrelação \mathbf{R}_M , os quais são usados para normalizar independentemente cada passo de adaptação referente a cada modo de convergência do Algoritmo MS-LMS [3,28]. Em outras palavras, esta melhor estimação dos autovalores aprimora a convergência independente de cada um dos coeficientes de filtragem adaptáveis uma vez que normaliza individualmente os passos de adaptação referentes a cada coeficiente.

Para as curvas de aprendizado, um valor em regime permanente igual ou próximo 0 dB é esperado, caracterizando o efetivo cancelamento do sinal interferente. Naturalmente, o Algoritmo CRLS apresenta a maior taxa de convergência por fazer uso da estimativa temporal da matriz de autocorrelação do sinal de entrada. No entanto, esta taxa de convergência é obtida ao custo de maior carga computacional.

No que diz respeito aos parâmetros dos algoritmos, os passos de adaptação dos Algoritmos MS-CLMS e CLMS foram $\mu_{MS} = 0,000023$ e $\mu = 0,00015$, respectivamente. Tais passos foram escolhidos de forma a se obter, aproximadamente, a mesma potência do sinal de saída em regime permanente. Um fator de esquecimento unitário ($\lambda = 1$) foi utilizado no janelamento exponencial dos dados nos Algoritmos MS-CLMS e CRLS, caracterizando o sinal de entrada como um processo aleatório estacionário no sentido amplo.

Um comparativo de diagramas de irradiação é exibido na Figura 4.3. É o resultado da filtragem espacial realizada pelos coeficientes do conformador, após a convergência, na frequência $f = 0,33$.

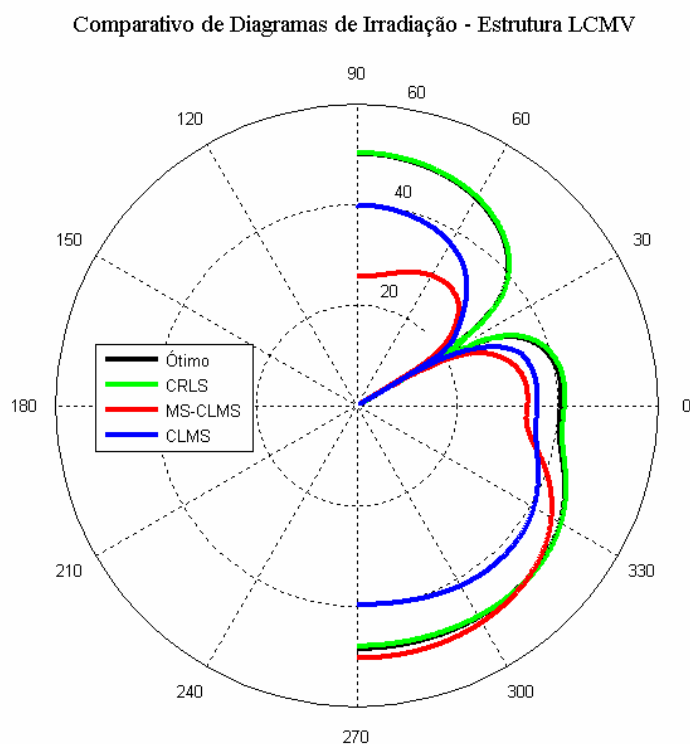


Figura 4.3 - Comparativo de diagramas de irradiação para Conformador LCMV.

Como a única fonte interferente do sistema é proveniente da direção $\theta = 30^\circ$, o conformador cria um nulo espacial no padrão de irradiação do arranjo, de maneira que qualquer fonte de sinal localizada nesta direção seja fortemente atenuada. É necessário dizer que o conformador está sendo utilizado para a recepção de sinais, mas nada impede que seja empregado na transmissão de sinais. Desta forma, a figura também pode fazer alusão à transmissão de sinais.

A fonte de sinal desejado está localizada na direção $\theta = 0^\circ$. Pode-se perceber que o conformador produz um ganho não nulo nesta direção, garantindo que o sinal de interesse seja preservado. Através da verificação dos valores contidos nos vetores de dados que compõem a figura anterior, foi possível notar que a diferença de ganhos entre a direção de interesse $\theta = 0^\circ$ e a direção interferente é da ordem de 35 dB para o Algoritmo CLMS, 32 dB para o Algoritmo MS-CLMS. Para a resposta ótima, esta diferença atingiu 40 dB. Nota-se que os Algoritmos LMS geram ganhos um pouco distantes da resposta ótima, mas de maneira geral realizam o cancelamento espacial efetivo da fonte interferente.

Deve ser dito que a escala de amplitude gerada na figura anterior não representa os mesmos ganhos reais obtidos pelo conformador LCMV, mas sim uma representação equivalente gerada pelo simulador. Isto pode ser observado na direção do sinal de interesse, onde o ganho real é de 0 dB mas na figura é indicado aproximadamente 40 dB para a resposta ótima. Há apenas um escalonamento dos valores reais causado pela ferramenta de simulação.

Também é possível analisar o desempenho do conformador em termos de conteúdo espectral (ou de frequências), considerando o ângulo de incidência da fonte interferente ($\theta = 30^\circ$), como exibido na Figura 4.4.

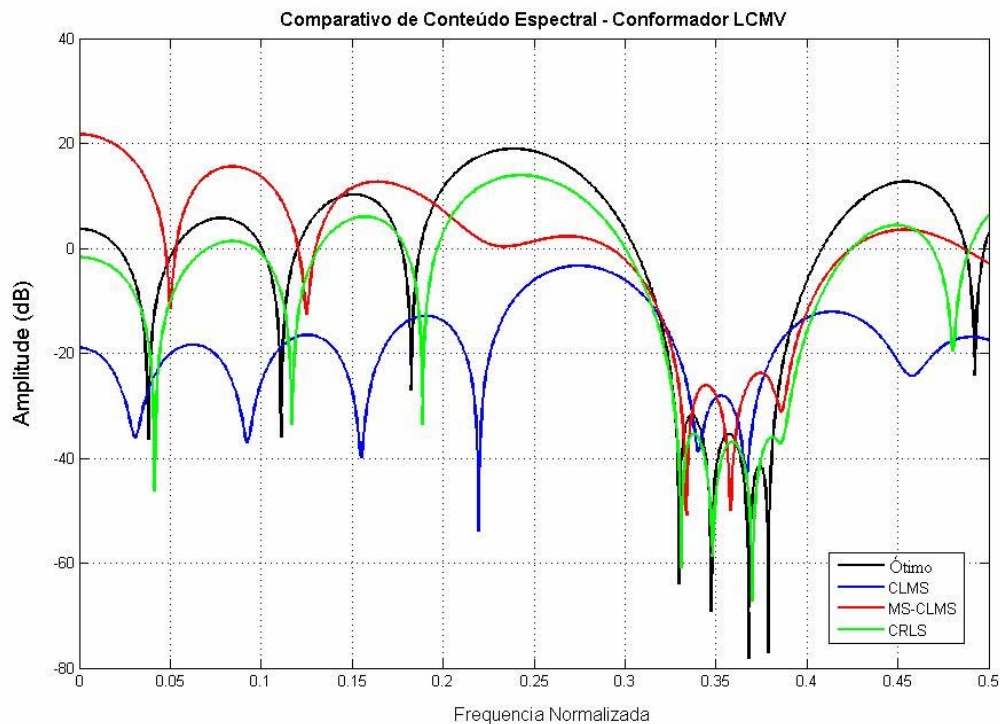


Figura 4.4 - Comparativo de conteúdo espectral na direção de chegada da fonte interferente $\theta = 30^\circ$ para Conformador LCMV

Observando a figura anterior, pode-se constatar que de maneira geral, todos os algoritmos obtiveram atenuação superior a 20 dB (em termos de amplitude) na faixa de rejeição, caracterizando o efetivo cancelamento de interferente no domínio da frequência. Uma avaliação complementar ao gráfico anterior é dada pela comparação das relações sinal-interferentes para os algoritmos considerados. Esta comparação pode ser vista na tabela seguinte:

Tabela 4.2 – Comparativo de SIR para Conformador LCMV

Algoritmo	SIR (dB)	
	entrada	saída
CLMS	0	16,15
MS-CLMS	0	16,71
CRLS	0	17,03

A tabela permite observar que os algoritmos considerados realizam efetivamente o cancelamento de interferentes com níveis consideráveis de relação sinal-interferência (SIR)

para o sinal presente na saída do Conformador LCMV. Vale ressaltar a relação sinal-interferência na entrada da estrutura era de 0 dB.

Considerando agora a fonte desejada, espera-se que o conformador atenda às restrições projetadas, apresentando uma resposta de magnitude plana, em 0 dB, na faixa de frequência [0,30 – 0,35] e ângulo de chegada $\theta = 0^\circ$. A figura seguinte confirma este fato.

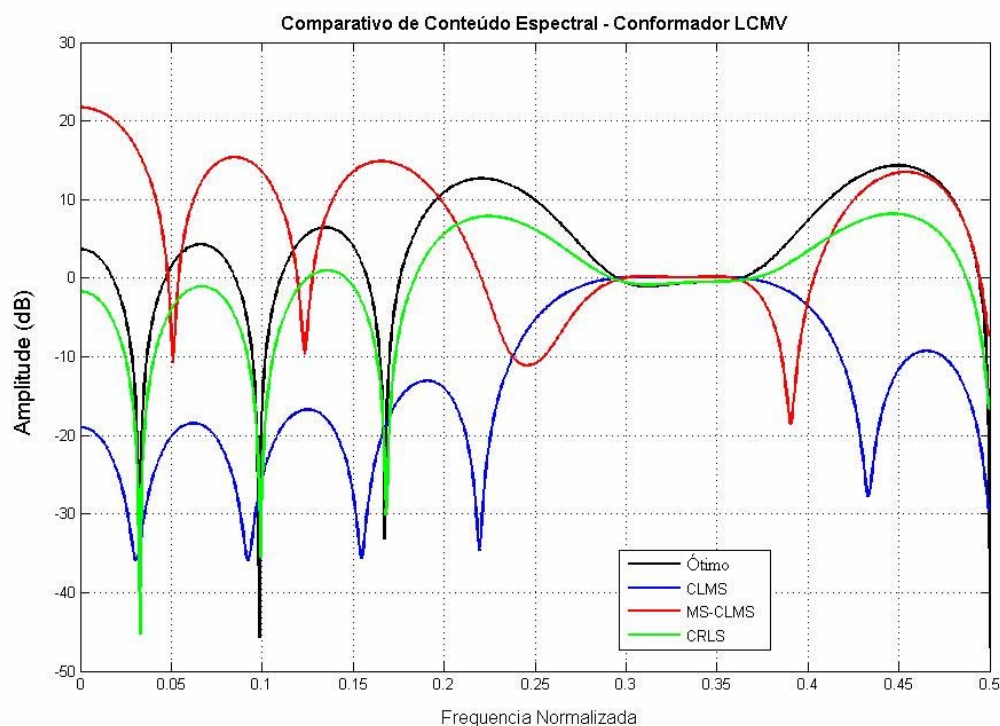


Figura 4.5 – Comparativo de conteúdo espectral na direção de chegada da fonte de interesse $\theta = 0^\circ$ para Conformador LCMV

Na figura anterior, pode-se observar também que, em termos de ganho na banda de interesse, todos os algoritmos atendem as restrições lineares impostas, mantendo o ganho em 0 dB. Ou seja, na banda de passagem, as restrições lineares impõem ao conformador uma resposta em frequência plana.

Através das figuras de mérito acima, pôde-se observar um bom desempenho do Algoritmo MS-CLMS, quando aplicado na estrutura de implementação direta do Conformador

LCMV. A seguir, passa-se a apresentar o desempenho do Algoritmo MS-LMS no Conformador GSC, ou seja, a estrutura de implementação indireta.

4.2 - Análise de desempenho do Algoritmo MS-LMS na estrutura GSC

A Tabela 4.2 traz informações sobre o ambiente de simulação utilizado para a estrutura GSC. Neste caso, foram utilizadas três fontes de sinal banda larga, caracterizando um ambiente mais hostil em relação à estrutura anterior. O conformador deve cancelar as duas fontes de sinal interferente e privilegiar a fonte de sinal de interesse. As bandas de frequência das três fontes estão entrelaçadas. Desta forma, o conformador se orienta através dos ângulos de incidência para obter informação sobre qual fonte de sinal privilegiar ou suprimir.

Um arranjo/conformador com 4 antenas e 4 filtros FIR de 19 coeficientes foi considerado, sendo que $D_\theta = 12$ restrições autovetoriais foram utilizadas na representação do espaço de sinal de interesse. Desta forma, existem $(LN - D_\theta) = 64$ coeficientes de filtragem.

Tabela 4.3 – Características das fontes – Conformador GSC

Fonte	Direção de Chegada	Potência	Número de frequências	Banda (Normalizada)
Desejada	0°	0 dB	10	[0,30 0,35]
Interferência I	10°	0 dB	10	[0,325 0,375]
Interferência II	-10°	0 dB	10	[0,275 0,325]
Ruído Branco	---	-30 dB	---	---

A Figura 4.6 exibe as curvas de evolução da potência do sinal de saída do conformador LCMV, implementado pela estrutura GSC, e utilizando os Algoritmos MS-LMS, LMS e RLS. Como anteriormente, estão dispostas as curvas de aprendizado considerando a matriz de correlação dos dados de entrada, bem como o valor ao quadrado do sinal de saída do

conformador, mediado em 800 realizações – para o Algoritmo MS-LMS,

$$P(n) = (\mathbf{w}_q - \mathbf{M}\mathbf{w}_\perp(n))^T \mathbf{R} (\mathbf{w}_q - \mathbf{M}\mathbf{w}_\perp(n)) \text{ e } y^2(n) = \left\{ \mathbf{x}^T(n) (\mathbf{w}_q - \mathbf{C}_{\perp M} \mathbf{w}_\perp(n-1)) \right\}^2.$$

Quanto aos Algoritmos MS-LMS e LMS, os passos de adaptação utilizados foram $\mu_{MS} = 0,0001$ e $\mu = 0,001$, respectivamente.

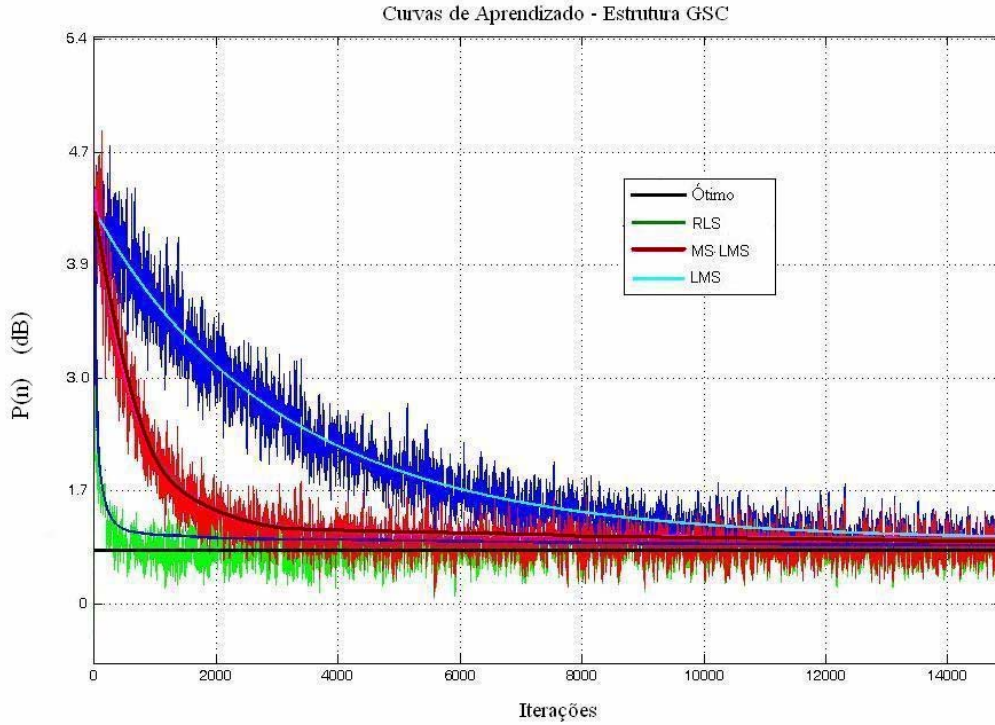


Figura 4.6 – Comparativo de potência de saída para o Conformador GSC

Na figura, pode-se notar que para a estrutura GSC também existe ganho em velocidade de convergência favorecendo o Algoritmo MS-LMS, em relação ao Algoritmo LMS. Assim como para o Conformador LCMV, para o caso do Conformador GSC este ganho é justificado por uma melhor estimação dos autovalores da matriz de autocorrelação dos dados transformados \mathbf{R}_M . Esses autovalores estimados são usados para se atualizar individualmente os passos de adaptação referentes a cada modo de convergência do Algoritmo MS-LMS, e, desta forma, cada coeficiente de filtragem será atualizado independentemente.

Em termos de filtragem espacial, o resultado comparativo de diagramas de irradiação na frequência $f = 0,33$ pode ser visualizado na Figura 4.7.

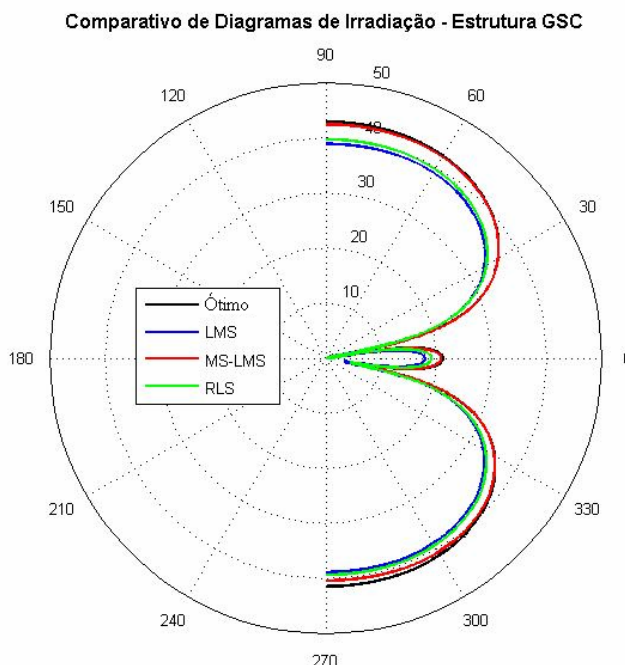


Figura 4.7 – Comparativo de Diagramas de Irradiação para Conformador GSC

Ao se considerar duas fontes interferentes, eram esperadas modificações no formato do padrão de irradiação em relação à estrutura anterior. É justamente o que acontece. A estrutura GSC formata o diagrama de irradiação com o intuito de criar nulos espaciais nas direções dos sinais interferentes (10° e -10°), preservando o ganho na direção de interesse. Vale lembrar que quanto mais fontes de sinal forem adicionadas, maior deverá ser a ordem do filtro adaptativo e o número de sensores presentes no arranjo, para que existam graus de liberdade suficientes para anular os sinais interferentes.

Ainda na figura, pode-se observar que todos os algoritmos geram uma resposta espacial próxima à resposta ótima, fato justificado por um menor erro médio quadrático em excesso (no regime permanente) apresentado pelos algoritmos. O erro médio quadrático em excesso é a diferença entre o erro médio quadrático ótimo e o erro médio quadrático de um algoritmo considerado, no regime permanente.

Através da Figura 4.8, é possível observar a resposta em frequência do conformador na direção de chegada de uma das fontes interferentes, mais precisamente a fonte incidindo a $\theta_i = 10^\circ$. É evidente a atenuação criada por cada algoritmo na faixa de frequência desta fonte interferente, no mínimo da ordem de 16 dB. O conteúdo espectral para a direção da fonte de interesse foi omitido pelo fato de possuir comportamento muito semelhante ao do Conformador LCMV da seção anterior. Ou seja, há uma resposta em amplitude de 0dB na faixa de frequência do sinal de interesse.

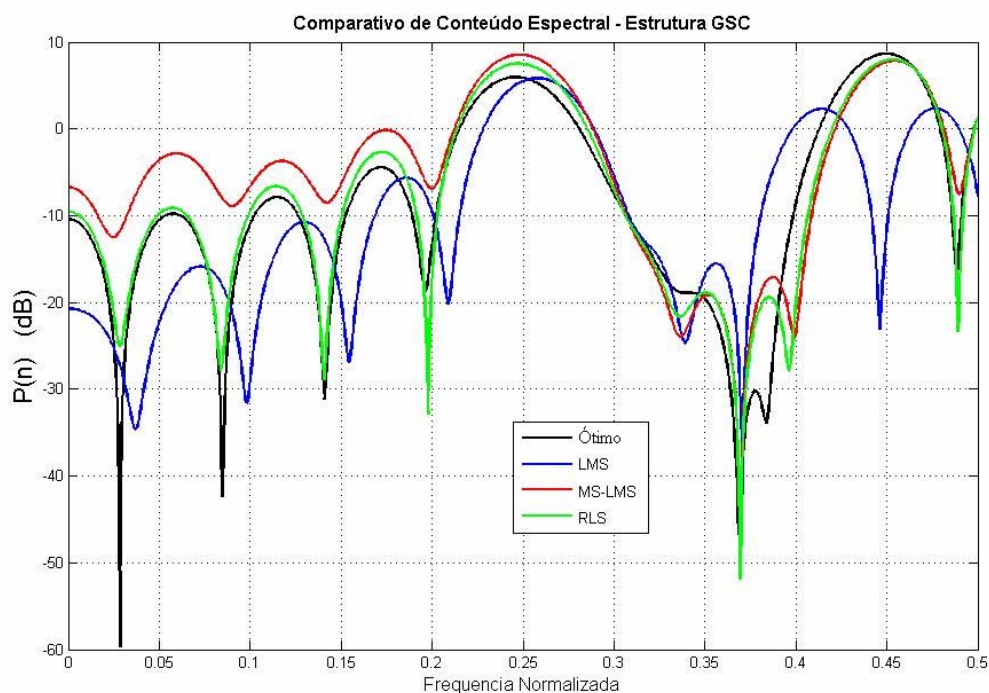


Figura 4.8 - Comparativo de conteúdo espectral na direção de chegada de fonte interferente $\theta = 10^\circ$

Na figura anterior, pode-se observar também que as respostas em frequência dos Algoritmos LMS, MS-LMS e RLS apresentam atenuação mínima na faixa de rejeição de 16 dB, 17 dB e 19 dB, respectivamente (em termos de amplitude). De maneira geral são atenuações significativas para se garantir bons níveis de relação sinal-interferência na saída do Conformador GSC.

A resposta em frequência obtida para a outra fonte interferente em $\theta_i = -10^\circ$ é mostrada na Figura 4.9. Para esta direção de chegada, o conformador também imprime uma atenuação na faixa de frequência da fonte de sinal interferente.

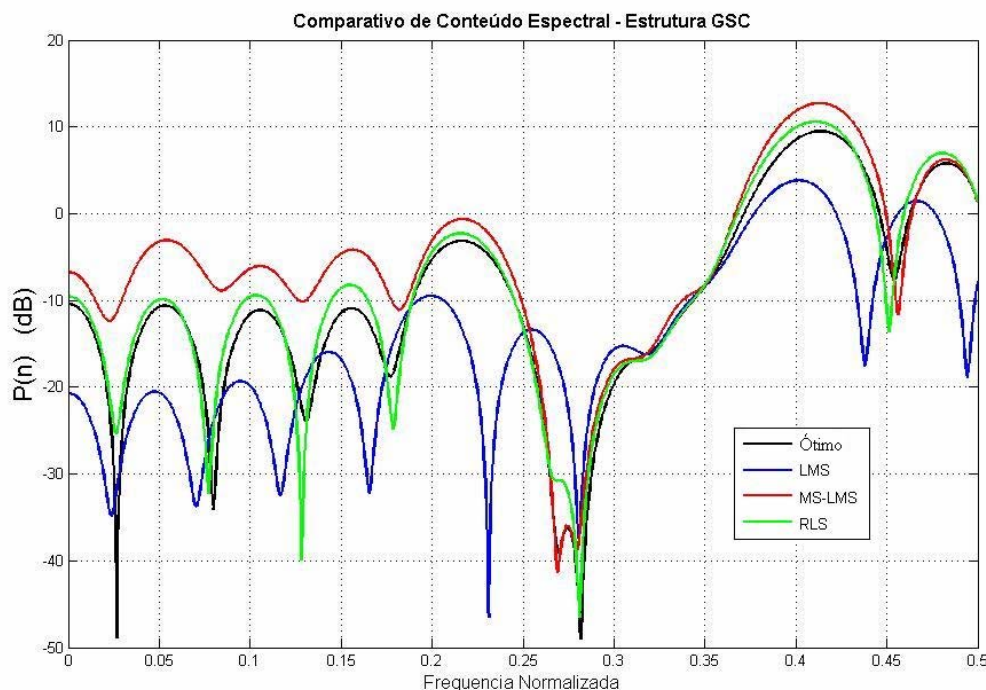


Figura 4.9 - Comparativo de conteúdo espectral na direção de chegada de fonte interferente $\theta = -10^\circ$

Na figura anterior, também se pode constatar que a atenuação obtida na banda de rejeição é de no mínimo 20 dB para os Algoritmos MS-LMS e RLS. Esses algoritmos apresentam resposta em frequência com maior proximidade em relação à resposta ótima. Já o Algoritmo LMS apresenta comportamento um pouco discrepante em relação à resposta ótima, apesar de fornecer uma atenuação na faixa de rejeição de no mínimo 14 dB. Novamente, complementa-se as duas figuras anteriores com um comparativo de relação sinal-interferente mostrado na tabela seguinte.

Tabela 4.4 – Comparativo de SIR para o Conformador GSC

Algoritmo	SIR (dB)	
	entrada	saída
LMS	0	17,45
MS-LMS	0	17,78
RLS	0	18,15

Pode-se observar através da tabela que os valores de SIR são bastante próximos, consequência da maior proximidade das respostas dos algoritmos com a resposta ótima (menor erro médio quadrático em excesso). Também são verificados bons níveis de relação sinal-interferente para os algoritmos considerados no Conformador GSC.

Ainda é possível avaliar o comportamento do Algoritmo MS-LMS em termos do ângulo de chegada e conteúdo espectral, simultaneamente. As Figuras 4.10 e 4.11 exibem este comportamento para o Algoritmo MS-LMS. É possível observar dois vales (ou atenuações) bem definidos para direção de chegada e faixa de frequência das fontes interferentes. As figuras mostram que apenas a faixa de frequência e a direção de chegada das fontes interferentes sofrem atenuação. As demais frequências e ângulos de chegada, não atreladas a uma fonte específica ou não resguardadas pelas restrições, possuem resposta desordenada.

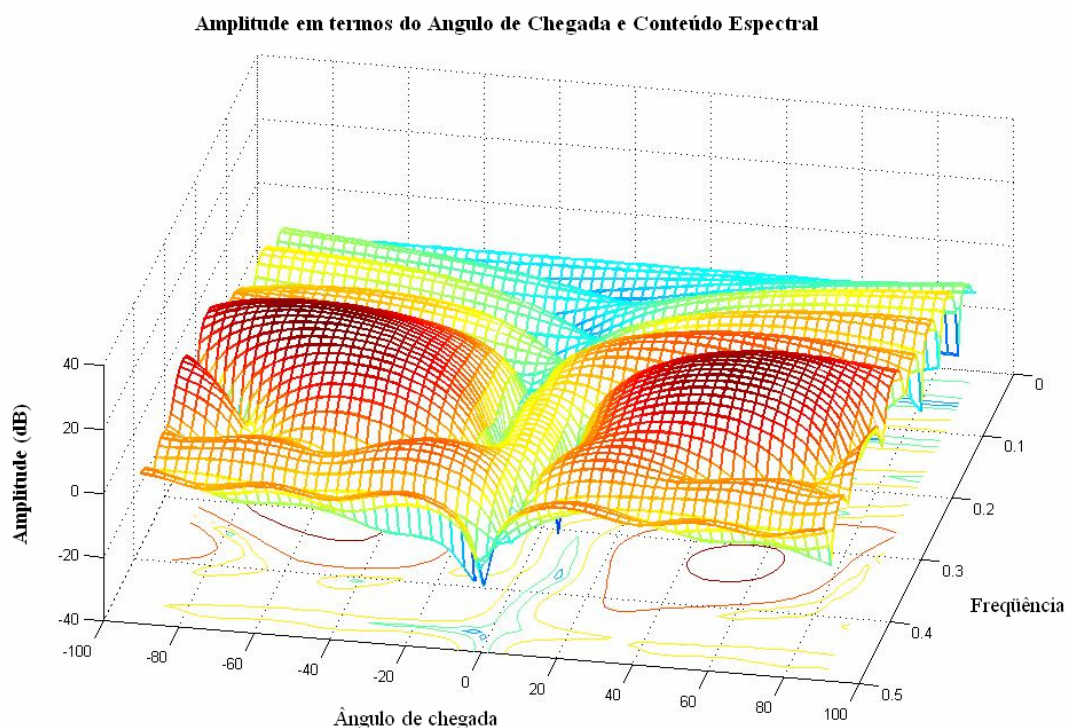


Figura 4.10 – Amplitude em termos de ângulo de chegada e conteúdo espectral para Algoritmo MS-LMS

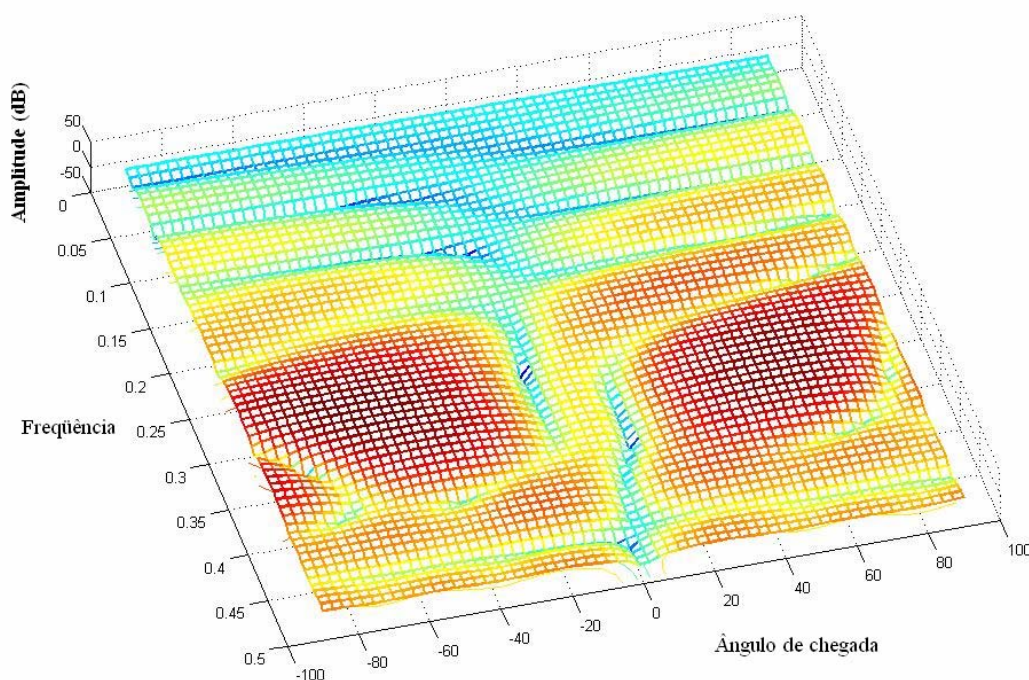


Figura 4.11 - Amplitude em termos de ângulo de chegada e conteúdo espectral. Visão superior.

Todos os testes realizados até agora com ambas as estruturas comprovam o esperado desempenho do Algoritmo MS-LMS frente ao Algoritmo LMS em termos de taxa de convergência. A seguir, serão realizadas algumas outras análises que são consideradas pertinentes para a comprovação de eficiência do Algoritmo MS-LMS ou para aprimorar o estudo sobre conformadores de feixe.

4.3 - Efeitos de alteração no número de antenas, número de coeficientes adaptativos, SNR e SIR para o GSC

Considera-se novamente o ambiente descrito na Tabela 4.3. Objetiva-se, agora, observar os efeitos gerados nas relações sinal-interferência (SIR) e sinal-ruído (SNR) na saída do Conformador GSC em função de variações no número de sensores, coeficientes do conformador e das SIR e SNR de entrada.

Os valores de SIR e SNR podem ser obtidos através das equações

$$SIR = \frac{P_d}{P_I} = \frac{\mathbf{w}^T \mathbf{R}_d \mathbf{w}}{\mathbf{w}^T \mathbf{R}_I \mathbf{w}} \quad (4.1)$$

e

$$SNR = \frac{P_d}{P_N} = \frac{\mathbf{w}^T \mathbf{R}_d \mathbf{w}}{\mathbf{w}^T \mathbf{R}_N \mathbf{w}} \quad (4.2)$$

onde P_d é a potência do sinal desejado, P_I é a potência total das fontes interferentes, P_N é a potência de ruído, \mathbf{R}_d é a matriz de correlação dos dados de entrada considerando apenas o sinal desejado, \mathbf{R}_I é a mesma matriz considerando apenas fontes interferentes e para \mathbf{R}_N considera-se apenas ruído.

Os resultados obtidos para o conformador ótimo estão apresentados na Tabela 4.5. É válido observar que os mesmos resultados são obtidos para o conformador ótimo com a transformada Multi-split.

Tabela 4.5 – Comparativo de SNR e SIR para o Conformador GSC

		Saída			
		$D_\theta = 12$	$D_\theta = 12$	$D_\theta = 10$	$D_\theta = 12$
		$L = 2 \quad N = 10$	$L = 2 \quad N = 14$	$L = 3 \quad N = 14$	$L = 4 \quad N = 19$
	Entrada	$LN-D_\theta = 8$	$LN-D_\theta = 16$	$LN-D_\theta = 32$	$LN-D_\theta = 64$
SIR (dB)	0	-2,41	-1,52	16,98	18,41
SNR (dB)	30	10,75	11,62	13,25	16,12
SIR (dB)	0	-2,12	-1,91	6,35	12,34
SNR (dB)	20	22,14	18,7	15,93	21,13
SIR (dB)	0	-2,95	-2,73	-0,82	5,15
SNR (dB)	10	12,58	11,92	5,97	5,61
SIR (dB)	-2	-3,88	-1,51	15,08	16,79
SNR (dB)	30	6,15	10,34	12,25	14,85
SIR (dB)	-4	-4,14	-3,26	14,28	15,47
SNR (dB)	30	6,15	10,17	12,85	13,5

Com o uso de restrições autovetoriais, o filtro irrestrito na estrutura GSC possui comprimento $LN - D_\theta$, sendo D_θ a precisão da representação do espaço de sinal de interesse através das restrições lineares. Ou seja, o número de valores singulares significativos que fornecem a representação do espaço de sinal de interesse. Desta forma, com a variação de L, N e D_θ , foram selecionados comprimentos de filtros sempre mantendo uma potência de dois, de maneira a possibilitar a transformação Multi-split com maior simplicidade.

Na Tabela 4.5, pode-se notar inicialmente que com $SIR = 0$ dB e $SNR = 30$ dB na entrada da estrutura, conforme o aumento da ordem do filtro, mais coeficientes (graus de liberdade) estão disponíveis para realizar o cancelamento de interferentes. Desta forma, bons níveis de SIR e SNR ($SIR = 18,41$ dB e $SNR = 16,12$ dB) são obtidos na saída da estrutura, especialmente para um filtro com 64 coeficientes. Sem os graus de liberdade suficientes (poucos coeficientes de filtragem), o conformador obtém um desempenho ruim quanto ao cancelamento de interferentes, apesar de manter uma boa supressão de ruído.

Alterando-se apenas a relação sinal-ruído para $SNR = 20$ dB, percebe-se redução no desempenho do conformador relativo à SIR da ordem de 6 dB para o filtro com 64 coeficientes e da ordem de 10 dB para o filtro com 32 coeficientes. A supressão ao ruído se mantém, sendo que bons níveis de SNR são observados, principalmente para o filtro com maior comprimento.

Reduzindo-se ainda mais a relação sinal-ruído para $SNR = 10$ dB, obteve-se um comportamento pouco satisfatório, com SIR e SNR próximos a 5 dB para um filtro com 64 coeficientes. Com $SNR = 10$ dB, o nível de ruído é significativo. O conformador tem muita dificuldade para realizar o cancelamento de interferentes, e o faz ao custo de muitos coeficientes de filtragem.

Alterando-se apenas a SIR para -2 dB e mantendo-se a $SNR = 30$ dB, o conformador GSC tem seu desempenho em termos de cancelamento de interferentes reduzido por aproximadamente 2 dB para os filtros de comprimento 32 e 64, em relação ao caso em

que a SIR de entrada é 0 dB . Ou seja, a redução da SIR de entrada teve conseqüências na SIR de saída do conformador, pois torna-se mais difícil a remoção das interferentes do sinal resultante na saída da estrutura. A relação sinal-ruído apresenta bons níveis para os comprimentos de filtro citados.

Reduzindo-se a SIR de entrada para -4 dB e mantendo-se a $SNR = 30\text{ dB}$, o conformador GSC ainda é capaz de realizar o cancelamento de interferentes, mas o desempenho em termos de SIR e SNR de saída é inferior ao caso em que se considera uma SIR de entrada de -2 dB . Observa-se redução em desempenho de SIR da ordem de 1 dB para os dois filtros de maior comprimento em relação ao caso anterior. Percebe-se, novamente, que alterando-se a SIR de entrada, surgem conseqüências diretas para a SIR de saída. No entanto, alterando a SIR de entrada, não surgem alterações em termos de SNR .

Os resultados analisados permitem avaliar que o conformador é capaz de operar com relações sinal-interferência de entrada baixas, apesar de existirem reduções na relação sinal-interferência na saída (perda em desempenho). No entanto, ao se considerar baixas relações sinal-ruído, observa-se um desempenho não satisfatório do conformador. Com muito ruído inserido no sistema, o conformador não faz mais distinção entre sinal e ruído. Como o ruído ocupa toda a faixa de freqüência e alto nível de amplitude, o conformador não possui mais diretivas para realizar o cancelamento de interferência.

4.4 - Medidas do fator de diagonalização e compromissos de desempenho para níveis de transformação Split

Considerando o ambiente de simulação utilizado para o Conformador GSC (Tabela 4.3), um comparativo de medidas do fator de diagonalização das matrizes \mathbf{R} e $\mathbf{M}^T \mathbf{R} \mathbf{M}$ pode ser visualizado na Tabela 4.6.

Tabela 4.6 – Medidas do Fator de Diagonalização

Matriz	Fator de Diagonalização (δ)	Espalhamento dos autovalores (χ)
R	0,0236	2,1085e-005
M^TRM	0,0971	2,1085e-005

Na tabela, pode-se perceber o aumento do fator de diagonalização da matriz de correlação do sinal de entrada transformado. Porém, o espalhamento dos autovalores permaneceu inalterado, comprovando, assim, as afirmações feitas no Capítulo 3.

Com o interesse de evidenciar os efeitos trazidos pelos estágios de fragmentação Split para as curvas de aprendizado referentes à variância do sinal presente na saída do conformador GSC (fazendo uso da matriz de autocorrelação, e não sua estimação temporal), considera-se o mesmo ambiente de simulação usado no item anterior. A simulação utilizando três estágios de fragmentação Split pode ser vista na figura seguinte:

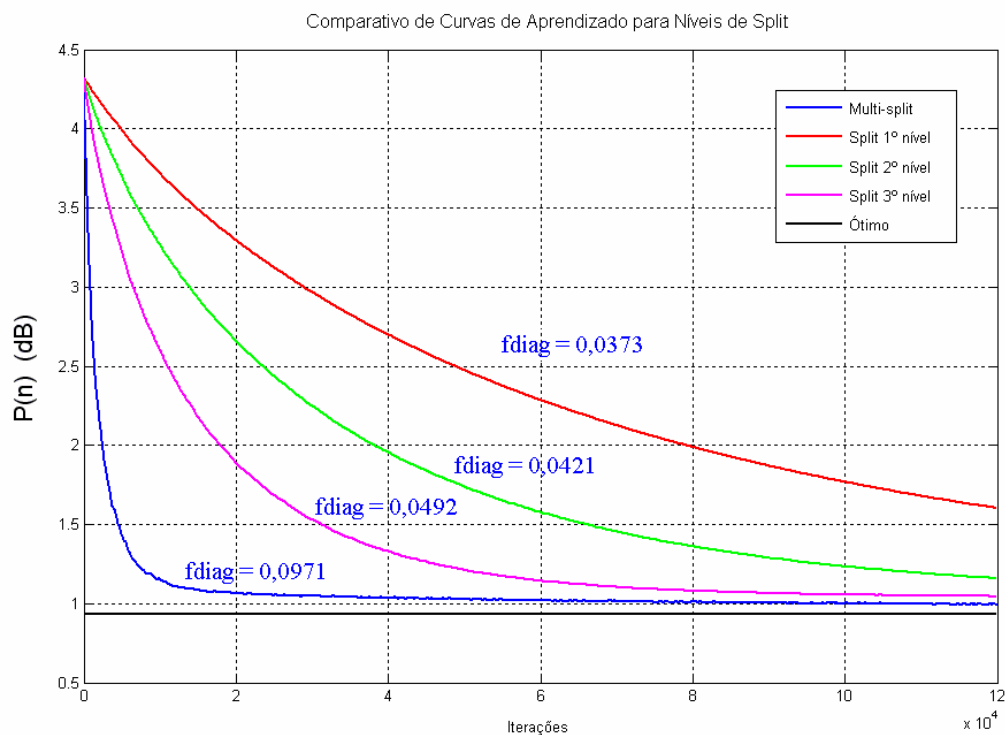


Figura 4.12 - Comparativo para vários níveis de filtragem Split na estrutura GSC

No Capítulo 3 foram feitas observações com respeito às transformações da matriz de autocorrelação quando se aplicam apenas um estágio de Split ou então o estágio Multisplit. Neste momento, as simulações permitem constatar que a curva referente à utilização da matriz Multi-split lidera o comparativo com relação à velocidade de convergência. Isto ocorre devido ao fato de que quanto mais estágios de fragmentação split do filtro transversal são utilizados, maior será o fator de diagonalização da matriz de autocorrelação de dados transformados \mathbf{R}_M . Deve-se lembrar que utiliza-se um algoritmo com passo variável referente à estimação de cada autovalor da matriz de autocorrelação transformada. Então, esta estimação torna-se mais precisa a cada nível de fragmentação split, uma vez que a matriz de autocorrelação assume gradualmente um formato com maior diagonalização (maior fator de diagonalização). Os três níveis iniciais de transformação Split diferem (em termos de velocidade de convergência) de aproximadamente $1dB$ entre si quando se observa a linha que delimita quarenta mil iterações.

Em termos de complexidade computacional, as matrizes referentes a cada estágio de fragmentação split incluem o mesmo número de operações por iteração: LN somas/subtrações.

4.5 - Aplicação da análise estatística referente ao Algoritmo MS-LMS

Deseja-se verificar se a análise estatística do Algoritmo MS-LMS [27], feita para filtragem temporal, se aplica no caso de filtragem espaço-temporal banda larga. Desta forma, considera-se o conformador GSC transformado da figura seguinte.

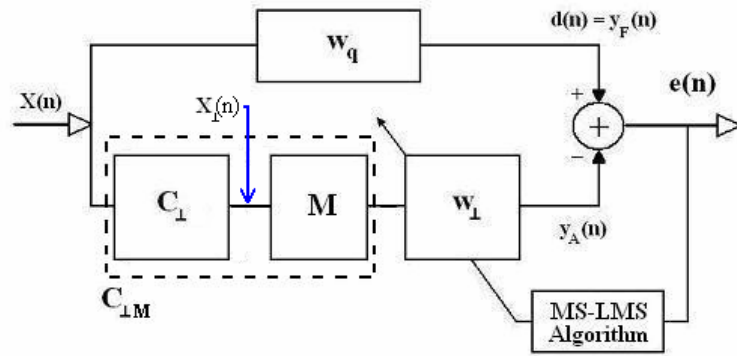


Figura 4.13 - Conformador GSC adaptativo transformado

Para se adaptar as equações recursivas referentes ao erro médio quadrático em [27] para o caso representado na Figura 4.13, deve-se fazer apenas as seguintes modificações:

$$\sigma_d^2 = \mathbf{w}_q^T \mathbf{R} \mathbf{w}_q \quad (4.3)$$

$$\mathbf{w}_q = \mathbf{C}(\mathbf{C}^T \mathbf{C})^{-1} \mathbf{f} \quad (4.4)$$

$$\mathbf{p}_{xd} = \mathbf{R} \mathbf{w}_q \quad (4.5)$$

$$\mathbf{M} \xrightarrow{\text{substituir por}} \mathbf{C}_{\perp \mathbf{M}} = \mathbf{C}_{\perp} \mathbf{M} \quad (4.6)$$

Então, de acordo com [27], o valor médio quadrático do sinal de erro estrutura GSC é dado pela expressão:

$$E\{e^2(n)\} = \sigma_d^2 - 2\mathbf{p}_{xd}^T \mathbf{C}_{\perp \mathbf{M}} E\{\mathbf{w}_{\perp}(n-1)\} + \text{tr}[\mathbf{C}_{\perp \mathbf{M}}^T \mathbf{R} \mathbf{C}_{\perp \mathbf{M}} \mathbf{K}(n-1)] \quad (4.7)$$

onde σ_d^2 é a variância do sinal desejado ($d(n)$ ou $y_F(n)$ para o GSC), \mathbf{p}_{xd} é o vetor de correlação cruzada entre $\mathbf{X}(n)$ e $d(n)$, $\mathbf{w}_{\perp}(n)$ é o vetor de coeficientes irrestritos Multi-split, \mathbf{R} é a matriz de autocorrelação dos dados de entrada, e $\mathbf{K}(n-1) = E\{\mathbf{w}_{\perp}(n-1)\mathbf{w}_{\perp}^T(n-1)\}$ a matriz de autocorrelação do vetor de coeficientes.

A equação recursiva para $\mathbf{K}(n-1)$ é dada por:

$$\begin{aligned}
\mathbf{K}(n-1) &= \mathbf{K}(n-2) \\
&+ 2\beta \Sigma^{-2} \left[\mathbf{C}_{\perp \mathbf{M}}^T \mathbf{p}_{\mathbf{x}d} E\{\mathbf{w}_{\perp}^T(n-2)\} - \mathbf{C}_{\perp \mathbf{M}}^T \mathbf{R} \mathbf{C}_{\perp \mathbf{M}} \mathbf{K}(n-2) \right] \\
&+ \frac{4}{9} \beta^2 \Sigma^{-2} \left[2\mathbf{C}_{\perp \mathbf{M}}^T \mathbf{p}_{\mathbf{x}d} \mathbf{p}_{\mathbf{x}d}^T \mathbf{C}_{\perp \mathbf{M}} + \sigma_d^2 \mathbf{C}_{\perp \mathbf{M}}^T \mathbf{R} \mathbf{C}_{\perp \mathbf{M}} \right] \Sigma^{-2} \\
&- \frac{8}{9} \beta^2 \Sigma^{-2} \left[2\mathbf{C}_{\perp \mathbf{M}}^T \mathbf{p}_{\mathbf{x}d} E\{\mathbf{w}_{\perp}^T(n-2)\} \mathbf{C}_{\perp \mathbf{M}}^T \mathbf{R} \mathbf{C}_{\perp \mathbf{M}} + \mathbf{p}_{\mathbf{x}d}^T \mathbf{C}_{\perp \mathbf{M}} E\{\mathbf{w}_{\perp}(n-2)\} \mathbf{C}_{\perp \mathbf{M}}^T \mathbf{R} \mathbf{C}_{\perp \mathbf{M}} \right] \Sigma^{-2} \\
&+ \frac{4}{9} \beta^2 \Sigma^{-2} \left[2\mathbf{C}_{\perp \mathbf{M}}^T \mathbf{R} \mathbf{C}_{\perp \mathbf{M}} \mathbf{K}(n-2) \mathbf{C}_{\perp \mathbf{M}}^T \mathbf{R} \mathbf{C}_{\perp \mathbf{M}} + E\{\mathbf{w}_{\perp}^T(n-2)\} \mathbf{C}_{\perp \mathbf{M}}^T \mathbf{R} \mathbf{C}_{\perp \mathbf{M}} E\{\mathbf{w}_{\perp}(n-2)\} \mathbf{C}_{\perp \mathbf{M}}^T \mathbf{R} \mathbf{C}_{\perp \mathbf{M}} \right] \Sigma^{-2}
\end{aligned} \tag{4.8}$$

A equação recursiva para o vetor de coeficientes médio é dada por:

$$E\{\mathbf{w}_{\perp}(n)\} = \left[\mathbf{I} - \beta \Sigma^{-2} \mathbf{C}_{\perp \mathbf{M}}^T \mathbf{R} \mathbf{C}_{\perp \mathbf{M}} \right] E\{\mathbf{w}_{\perp}(n-1)\} + \beta \Sigma^{-2} \mathbf{C}_{\perp \mathbf{M}}^T \mathbf{p}_{\mathbf{x}d} \tag{4.9}$$

onde $\beta = \frac{3}{2} \mu_{MS}$, μ_{MS} é o passo de adaptação do Algoritmo MS-LMS,

$\Sigma^2 = \text{diag}(\sigma_{x\perp 0}^2, \sigma_{x\perp 1}^2, \dots, \sigma_{x\perp N-1}^2)$ e $\sigma_{x\perp i}^2 = E[x_{\perp i}^2(n)]$, $i = 0, \dots, N-1$.

Sabendo que o valor quadrático do sinal de erro $e(n) = d(n) - y_A(n)$, da estrutura GSC no instante n , ou potência instantânea assumindo valor médio zero, é dada por $P(n) = e^2(n)$, finalmente a figura seguinte exibe o resultado de simulação que combina a curva de erro médio quadrático utilizando a recursão proposta na referência [27] e a curva de aprendizado referente à $P(n) = e^2(n)$.

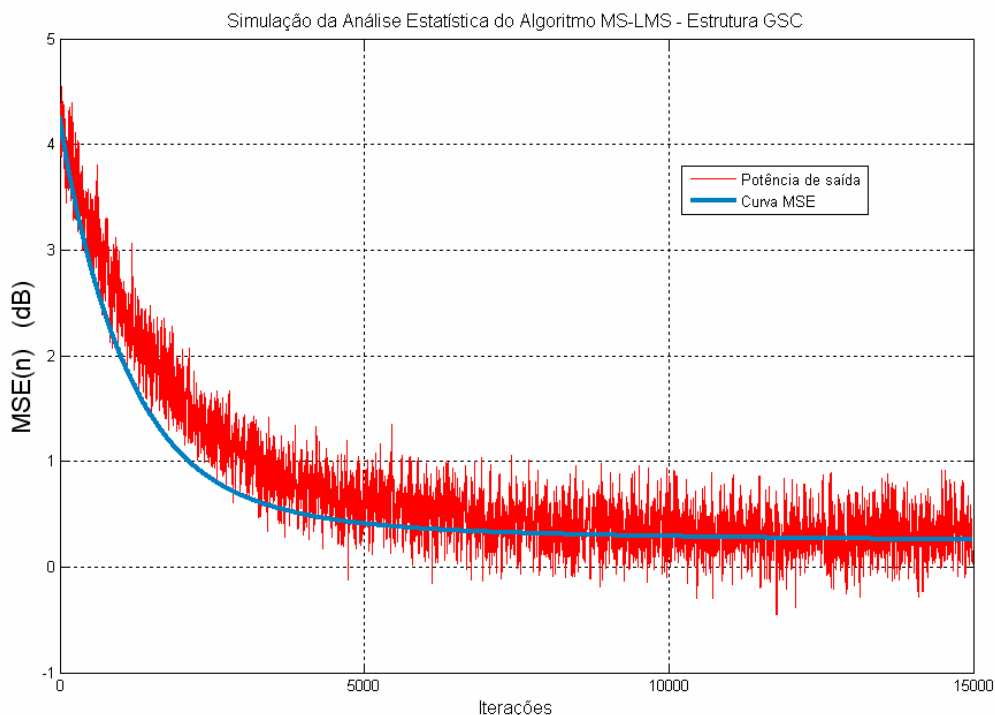


Figura 4.14 - Simulação para análise estatística do Algoritmo MS-LMS

Através da figura, pode-se evidenciar que a curva teórica de Erro Médio Quadrático (MSE - *Mean Square Error*) é seguida pela curva de erro quadrático do sinal de saída (potência instantânea) do Conformador GSC considerando 800 realizações independentes, passo de adaptação $\mu_{MS} = 0,0001$. Pode-se notar que a análise estatística prevê com boa aproximação as respostas transitória e em regime permanente do sinal $P(n) = e^2(n)$, ainda que a mesma foi desenvolvida considerando uma variável aleatória com distribuição gaussiana. A variável aleatória considerada no conformador GSC (fase inicial) possui distribuição uniforme.

4.6 - Análise de complexidade computacional do Algoritmo MS-CLMS

Com a intenção de trazer informações sobre a influência do número de coeficientes de filtragem, da quantidade de sensores do arranjo e do número de restrições na carga computacional demandada pelos algoritmos, foram levantadas as seguintes curvas.

Inicialmente, mostra-se na Figura 4.15 o número de operações aritméticas (multiplicação, divisão e adição), por iteração, em função do número de coeficientes dos filtros FIR presentes na estrutura LCMV.

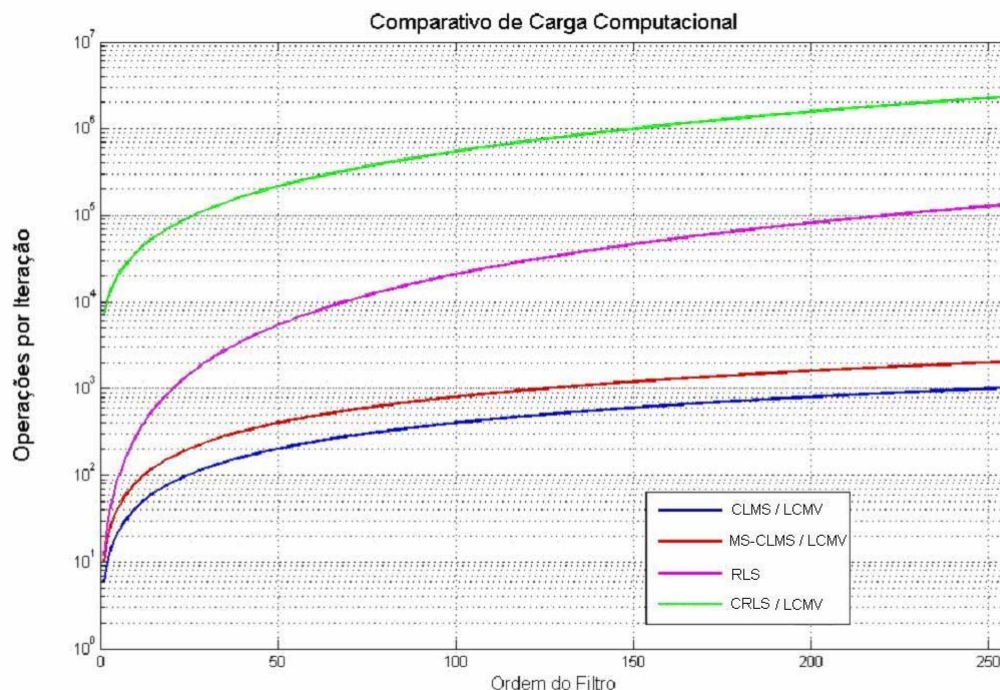


Figura 4.15 – Comparativo de carga computacional segundo ordem do filtro

Observando a figura, pode-se constatar que para o caso considerado, o Algoritmo MS-CLMS requer aproximadamente o dobro da carga computacional requerida pelo Algoritmo CLMS. Isto somente acontece se o bloco de transformações MS não for incorporado ao bloco referente à matriz de bloqueio da estrutura GSC ou à matriz de projeção do Conformador LCMV. Caso ocorra esta incorporação, como é o caso nesta dissertação, a carga computacional de ambos os algoritmos é a mesma. Pode-se notar também que a implementação em *hardware* do Algoritmo CRLS mantém um forte compromisso entre a ordem do filtro e a carga computacional. Ao se elevar a ordem do filtro, tal carga eleva-se de maneira quadrática, o que pode tornar a escolha deste algoritmo inviável. De maneira geral, apenas com a incorporação das restrições ao Algoritmo RLS, o número de operações por iteração sofre um aumento significativo. Ambos os algoritmos dependem da ordem do filtro segundo um fator quadrático. A carga computacional do Algoritmo CRLS também inclui uma dependência quadrática do número de restrições.

A seguir, a carga computacional do Algoritmo CRLS é apresentada segundo a variação de dois parâmetros: o número de restrições e a ordem do filtro. Assim, uma imagem tridimensional é gerada, como pode ser visto na Figura 4.16.

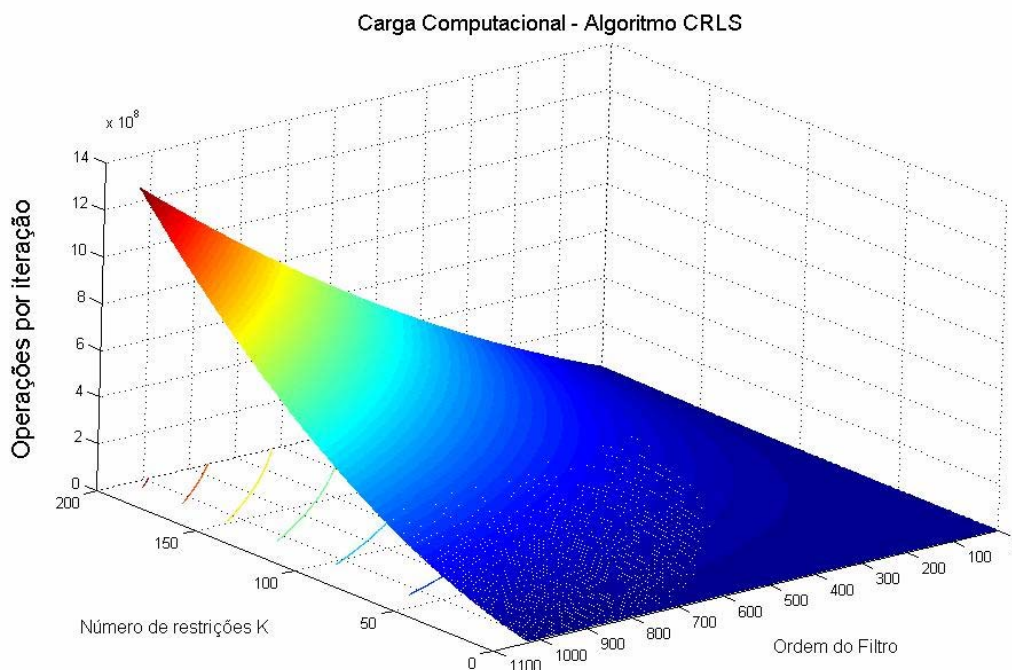


Figura 4.16 – Carga computacional referente ao Algoritmo CRLS

Observa-se que o número de restrições também influi significativamente na carga computacional por iteração. Quanto mais restrições lineares forem utilizadas, mais preciso será o mapeamento da região angular e a faixa de frequência do sinal de interesse. No entanto, a implementação prática do Algoritmo CRLS é prejudicada.

A baixa complexidade computacional gerada pelo Algoritmo MS-CLMS frente ao método de mínimos quadrados recursivo, aliada à sua capacidade de aumentar a taxa de convergência, faz deste algoritmo uma opção interessante para o processamento espaço-temporal.

5 - Conclusão

O uso de conformadores de feixe para possibilitar seletividade espacial e temporal tem papel crucial no processamento inerente aos sistemas de comunicação. Esta seletividade é possível com a combinação de múltiplas antenas, formando um arranjo linear, e filtros transversais FIR, servindo tanto para a recepção quanto para a transmissão de sinais. Portanto, os conformadores de feixe gerenciam o padrão de irradiação/recepção do arranjo de antenas e também o conteúdo espectral do sistema. Dotado de um conformador de feixe deste tipo, um sistema de comunicação pode ditar as regras sobre capacidade de usuário e eficiência espectral.

Já a utilização de restrições lineares autovetoriais mostrou-se muito eficaz na geração da matriz de bloqueio de sinal para a estrutura GSC. Esta técnica oferece um controle bastante satisfatório sobre o subespaço de sinal ou interferente, apesar de utilizar um conjunto reduzido de autovetores geradores. É uma solução inteligente e de muito interesse para estudos futuros. Os sistemas de comunicação empregados no mercado atualmente tirariam muito proveito da utilização desta inovação, bem como das transformações MS. Com relação aos dois formatadores estudados, a estrutura GSC torna-se uma abordagem mais interessante pelo fato de fragmentar o problema de minimização proposto em dois problemas: um com restrições e outro livre de restrições. Isto também facilitou a implementação e visualização das etapas de transformações MS.

A técnica MS traz a novidade de processamento através de filtros de simetria par e ímpar. As transformações são agrupadas em uma matriz e aplicadas como um bloco de processamento. Os resultados disponibilizados no capítulo de simulação conferem ao Algoritmo MS-LMS a credibilidade que lhe é digna. Principalmente através da avaliação de velocidade de convergência, é possível situar o desempenho deste algoritmo dentre os demais algoritmos presentes na literatura. Os ganhos em velocidade de convergência são atribuídos ao aumento do fator de diagonalização da matriz de autocorrelação, causado pela transformação Multi-split. Com o aumento deste fator, há uma melhoria na estimação dos autovalores da matriz de autocorrelação, contribuindo para a adaptação individual de cada modo de convergência do Algoritmo MS-LMS. Ou seja, os coeficientes do filtro Split recebem uma normalização referente à estimação da energia de cada autovalor da matriz

de autocorrelação, de maneira a acelerar a convergência. Ainda, como a matriz de transformação Multi-split foi embutida na matriz de bloqueio do conformador GSC, este ganho de convergência ocorre sem o aumento da carga computacional.

Enfatiza-se, também, que a análise estatística do Algoritmo MS-LMS presente na literatura previu o comportamento para o caso de filtragem espaço-temporal banda larga através do conformador GSC. É interessante notar que isto ocorreu apesar de a análise estatística ter sido elaborada considerando sinais com distribuição gaussiana, sendo que o simulador operou com sinais com distribuição de probabilidade uniforme.

Foi possível avaliar a evolução do desempenho da curva de aprendizado do valor quadrático do sinal de saída do GSC conforme estágios sucessivos de transformação Split eram aplicados. Conforme o aumento do fator de diagonalização obtido a cada estágio de transformação Split, a velocidade de convergência aumenta até atingir a velocidade limite atrelada ao estágio Multi-split. Foi revelada a gradual melhoria na estimação dos autovalores da matriz de autocorrelação dos dados de entrada do conformador, consequência do aumento no fator de diagonalização.

Também é importante lembrar que o Algoritmo RLS prova o seu valor pelo fato de fazer uma estimativa temporal da matriz de correlação dos dados de entrada, e que por este motivo lidera os testes de velocidade de convergência. No entanto, faz isto à custa de uma complexidade computacional elevada, fator este muito sensível ao número de coeficientes de filtragem. A escolha de um número elevado de coeficientes de filtragem limita o emprego do Algoritmo RLS, tornando-o pouco atrativo frente aos Algoritmos LMS e MS-LMS.

Através da visualização dos diagramas de irradiação dos conformadores de feixe, pôde-se evidenciar o desempenho da filtragem espacial. A criação de nulos espaciais na direção dos sinais interferentes, ou em geral a manipulação do padrão de irradiação, garante a possibilidade de maior eficiência espectral e menor potência irradiada pelos transmissores ou receptores. Isto reduz o custo dos amplificadores de sinais presentes nas estações radiobase, tornando-se um fator economicamente vantajoso.

Finalmente, o Algoritmo MS-LMS mostrou-se vantajoso para o processamento espaço-temporal banda larga através de conformadores de feixe. Os ganhos obtidos em termos de velocidade de convergência trazem uma alternativa ao Algoritmo LMS, sem acarretar em um aumento de complexidade computacional.

Referências Bibliográficas

- [1] RESENDE, L. S.; ROMANO, J. M. T.; BELLANGER, M. G.; *Split Wiener Filtering With Applications in Adaptive Systems. IEEE Transactions on Signal Processing*, Vol. 52, no.3, March, 2004. p. 636-644

- [2] GODARA, L.C.; *Smart Antennas*, CRC PRESS, 2004

- [3] HAYKIN, S.; *Adaptive Filter Theory*, 4th Edition; Prentice Hall, New Jersey, 2002

- [4] RESENDE, L. S.; *Algoritmos Recursivos de Mínimos Quadrados para Processamento Espacial/Temporal com Restrições Lineares: Aplicação em Antenas Adaptativas*, Campinas, Brasil, Tese Apresentada à Faculdade de Eng. Elétrica da Univ. Estadual de Campinas como Parte dos Requisitos Necessários para a Obtenção do Título de Doutor em Eng. Elétrica, 1996.

- [5] WAN, K. F.; CHING P. C.; Multilevel Split-Path Adaptive Filtering and Its Unification with Discrete Walsh Transform Adaptation, *IEEE Transactions on Circuits and Systems - II: Analog and Digital Signal Processing*, Vol. 44, no. 2, February, 1997. p. 147-151

- [6] FROST, O. L., An Algorithm for Linearly Constrained Adaptive Array Processing, *Proc. of the IEEE*, vol. 60, no. 8, pp. 926-935, August. 1972.

- [7] BUCKLEY, K. M., Spatial/Spectral Filtering with Linearly Constrained Minimum Variance Beamformers, *IEEE Trans. ASSP*, vol. ASSP-35, pp. 249- 266, March, 1987

- [8] RESENDE, L. S.; RONIANO, J. U. T.; BELLANGER, M. G., *Multisplit Adaptive Filtering*, *IEEE ICASSP'01*, May, 2001

- [9] PROAKIS, J. G.; *Digital Communications*, 3rd ed., McGraw-Hill, New York, 1995

- [10] KELLERMAN, W.; BUCHNER, H., Wideband Algorithms versus Narrowband Algorithms for Adaptive Filtering in the DFT Domain, *IEEE Asilomar Conference on Signals, Systems, and Computers*, November 9-12, 2003
- [11] COOPER, M.; GOLDBURG, M.; Intelligent Antennas: Spatial Division Multiple Access, *Annual Review of Communications*, 1996. p. 999-1002
- [12] SKLAR, B.; *Digital Communications: Fundamentals and Applications*, Prentice Hall, New York, 2001.
- [13] NOBLE, B; DANIEL, J. W.; *Applied Linear Algebra*, Prentice-Hall; New Jersey, 1988.
- [14] PAULRAJ, A.; NABAR, R.; GORE, D.; *Introduction to Space-Time Wireless Communication*, Cambridge Press, 2003.
- [15] HAYKIN, S.; *Communications Systems*, John Wiley & Sons, New York, NY, 2001
- [16] RAPPAPORT, T. S.; *Wireless Communication: Principles and Practice*, Prentice Hall, Upper Saddle River. NJ, 1996.
- [17] COUCH, L. W.; *Digital and Analog Communication Systems*, 2nd Ed., Macmillian, New York, NY, 1993.
- [18] CAVALCANTE, A. M.; COSTA, J. C. W. A.; FRANCÊS, C. R. L.; COUTINHO, M. M.; Ferramentas Computacionais em Redes Sem-Fio: Uma Abordagem na Avaliação de Desempenho de Canais Rádio-Móvel, SBRT'04, Dezembro, 2004
- [19] LIMA, G. C.; *Estudo de Técnicas de Formatação de Feixe para Transmissão OFDM*, Florianópolis, Brasil, Dissertação Apresentada ao Curso de Eng. Elétrica da Univ. Federal de Santa Catarina como Parte dos Requisitos Necessários para a Obtenção do Título de Mestre em Eng. Elétrica, 2004.
- [21] KAYKIN, S.; STEINHARDT, A.; *Adaptive Radar Detection and Estimation*, John Wiley & Sons, New York, 1992
- [22] VAN VEEN, B. D.; ; BUCKLEY, K. M.; Beamforming: A versatile approach to spatial filtering, *IEEE Acoust., Speech, Signal Processing Mag.*, vol. 5, pp. 4–24, Apr. 1988.
- [23] BUCKLEY, K. M.; GRIFFITHS, L. J., An Adaptive Sidelobe Canceller with Derivative Constraints, *IEEE Trans. Antennas Propagat.*, vol. AP-34, pp. 311-319, Mar. 1986.
- [24] GABRIEL, W. F.; Adaptive Arrays-An Introduction, *Proc. IEEE*, vol. 64, pp. 239-272, Feb. 1976
- [25] AHMED, K. M.; EVANS, R. J.; Broadband Adaptive Array Processing, *IEE Proc.*, vol. 130, part F, pp. 432-440, Aug. 1983.

- [26] STEYSKAL, H.; Wide-band Nulling Performance Versus Number of Pattern Constraints for an Array Antenna," IEEE Trans. Antennas Propagat., vol. AP-31, pp. 159-163, Jan. 1983.
- [27] RESENDE, L. S.; ROCHA, C. A. F.; BERMUDEZ, J. C. M. ; BELLANGER, M. G.; *A Statistical Analysis of the Multisplit LMS Algorithm*. IEEE ICASSP'04, May, 2004
- [28] B. WIDROW AND S. D. STEARNS. *Adaptive Signal Processing*. New Jersey: Prentice-Hall, Inc., 1985.